INSTITUZIONE ELEMENTARE
DI AGRIMENSURA

PRECEDUTA

DA ELEMENTI DI ARITMETICA PRATICA

E SEGUITA

DA NOZIONI ELEMENTARI

DI GEOMETRIA PRATICA

PER USO DELLA ISTRUZIONE PRIMARIA

DI

Ferdinando de Luca

SOCIO ORDINARIO DELLA R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE EC.

SECONDA EDIZIONE
notabilmente accresciuta e migliorata

NAPOLI
STAMPERIA DEL FIBRENO
Strada Trinità Maggiore N.° 26.
1851

PREFAZIONE

Lo scopo principale di questa istituzioncella di agrimensura e di geometria pratica è quello di dare ad ogni uomo, che conosca l'aritmetica elementare e pratica, de' metodi facili ed usuali di fare sul terreno qualsiasi operazione agrimensoria, p. e., di levare le piante de' terreni; di dividere un territorio in parti che abbiano fra loro una data ragione; di misurare la superficie e i volumi de' corpi della conoscenza de' quali si ha continuo bisogno negli usi domestici e sociali, come, delle botti, delle colonne, degli alberi, de' pavimenti, delle stanze, de' vani, e generalmente delle fabbriche ec. Tutte le operazioni, delle quali si farà uso in questa operetta, sono la traduzione pratica di teoremi di geometria; e quando uno si è abituato a queste pratiche, poco importa che ignori le teoriche. Bisogna però che gli agrimensori pratici si abituino a questo esercizio e al maneggio di pochi istrumenti tanto sul terreno che al tavolino.

Noi abbiamo diviso questa istituzioncella in tre parti: Nella prima, esporremo l'aritmetica elementare coll'uso di essa in tutte le sue svariate applicazioni alla pratica giornaliera: Nella seconda daremo le pratiche più usuali dell'agrimensura trattata colla sola squadra agrimensoria: Nella terza tratteremo de' metodi semplici per misurare le superficie e i volumi de' corpi ec.

PARTE PRIMA

PRENOZIONI DI ARITMETICA USUALE.

1. I numeri de' quali si fa uso nelle calcolazioni aritmetiche sono i seguenti

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Essi diversamente combinati danno ogni qualsiasi espressione numerica: Così 123 leggesi cento venti tre ec. Scrivendo varii numeri l'uno a fianco dell'altro, ognuno di essi ha un valore proprio ed un altro di sito: dapoichè i predetti numeri da destra a sinistra hanno una progressione decupla.

Così se si scriva 2458, l'8 indica 8 unità, il 5 cinque decine; il 4 dinota quattro centinaja e il 2 due migliaja, e così, procedendosi verso sinistra, la progressione continuerà per decine di migliaja, centinaja di migliaja, ec.

Quindi se scrivansi 4538; 5438; 8345; 3854, il 4 nel primo

numero dinoterà 4 migliaja, nel secondo 4 centinaja, nel terzo 4 decine, nel quarto 4 unità: e il 5 nel primo numero dinoterà 5 centinaja, nel secondo 5 migliaja, nel terzo 5 unità e nel quarto 5 decine.

Sia da leggersi una espressione di molti numeri, per es.

$$2,54\overset{2}{7},380,95\overset{1}{3},761,04\overset{0}{3}$$

Si divida con delle virgole a tre a tre a cominciare dalla prima cifra a destra cioè del 3; e si ponga 0 sulla prima cifra de' primi tre, 1 sulla prima cifra della terza classe ternaria, 2 sulla prima cifra della quinta classe ec.: E poi cominciando dal 3 a destra si dica, 3 unità, 4 decine, 0 centinaja semplici; 1 unità, 6 decine, 7 centinaja di migliaja; 3 unità, 5 decine, 9 centinaja di milioni; 0 unità, 8 decine, 3 centinaja di migliaja di milioni ec. ec., onde si leggerà 2 mila, 547 bilioni; 380 mila, 953 milioni, 761 mila, 43.

Per abbreviare le calcolazioni useremo certi segni: Essi sono, + più; = uguale; — meno; . moltiplicato; : diviso; √ radicale. Per esempio

7+12=19 (leggi sette più dodici è eguale a diciannove)
7—3=4 (leggi sette meno tre è eguale a quattro)
7 . 3=21 (leggi sette moltiplicato per 3 è eguale a ventuno)
12 : 3=4 (leggi dodici diviso per tre è eguale a quattro)
√4=2 (leggi radicale quattro è eguale a due)

Della Somma.

2. Si scrivano le unità, le decine, le centinaja ec. delle diverse espressioni a sommarsi in corrispondenza e si faccia la somma, riportando alla seguente somma a sinistra 1, 2, 3 ec. se i numeri sommati giungono rispettivamente da 10 a 19; da 20 a 29; da 30 a 39 ec..

ESEMPIO.

Siano da sommarsi

	2549 (A)
	37
	49485
	879
Somma	52948

Si dirà 9 e 7 fa 16 e 3 fa 19 e 9 fa 28: Si scriverà 8 sotto le unità e si porterà 2 alle decine: Indi si dirà 2 e 4 fa 6, e 3 fa nove, e 8 fa 17, e 7 fa 24: si scriva il 4 sotto le decine e si porta il 2 alle centinaja: Continuando si dirà 2 e 5 fa 7, e 4 fa 11, e 8 fa 19: si scriverà 9 e 1 si porterà alle migliaja: Si farà poi 1 e 2 fa 3, e 9 fa 12; si scriverà 2 e si porterà 1 alle decine di migliaja: da ultimo si dirà 1 e 4 che fa 5 il quale si scriverà a sinistra del 2: onde si avrà 52 mila, 948.

Della Sottrazione.

200934213	Minuendo
7859784	Sottraendo
193074429	Residuo

3. Si dirà così; da 3 non potendosi togliere 4, si ricorra al numero a sinistra 1, ch'essendo 1 decina, unito al 3 fa 13: ed allora da 13 tolto 4 rimane 9, che si scriverà sotto le unità. Il numero 1, essendosi unito al 3, non vi sono rimaste decine; onde si prenderà 1 dal 2, il quale 1 innanzi al zero fa 10; e allora da 10 tolto 8 rimane 2 che si scriverà sotto le decine. Il 2 centinaja è rimasto 1 da cui non potendo togliersi il 7 si prenderà 1 dal 4 migliaja, il quale innanzi ad 1 centinaja

dirà 11, dal quale tolto 7 rimarrà 4 che si scriverà sotto le centinaja: e così si continuerà.

Si fa la pruova della sottrazione sommando il sottraendo col residuo; e si avrà il minuendo se l'operazione è ben fatta. E la pruova della somma si fa sottraendo dalla somma di tutt'i numeri quella degli altri meno un solo; dovrà aversi per residuo questo, se la somma è stata ben fatta. Così se nell'esempio della somma si tralasciasse il numero (A), il residuo di questa seconda somma sottratta dalla prima sarà (A).

Della Moltiplicazione.

4. Prima di tutto bisogna esercitarsi alla moltiplicazione de'numeri semplici. L'unità moltiplicata per qualunque numero dà lo stesso numero: epperò 1.2=2; 1.3=3 ec.

2.2=4; 2.3=6; 2.4=8; 2.5=10; 2.6=12; 2.7=14;
2.8=16; 2.9=18
3.2=6; 3.3=9, 3.4=12; 3.5=15; 3.6=18; 3.7=21;
3.8=24; 3.9=27
4.2=8; 4.3=12; 4.4=16; 4.5=20; 4.6=24; 4.7=28;
4.8=32; 4.9=36
5.2=10; 5.3=15; 5.4=20; 5.5=25; 5.6=30; 5.7=35;
5.8=40; 5.9=45
6.2=12; 6.3=18; 6.4=24; 6.5=30; 6.6=36; 6.7=42;
6.8=48; 6.9=54
7.2=14; 7.3=21: 7.4=28; 7.5=35; 7.6=42; 7.7=49;
7.8=56; 7.9=63
8.2=16; 8.3=24: 8.4=32; 8.5=40; 8.6=48; 8.7=56;
8.8=64; 8.9=72
9.2=18; 9.3=27; 9.4=36; 9.5=45; 9.6=54; 9.7=63;
9.8=72; 9.9=81

Siano ora da moltiplicarsi i seguenti numeri composti, e

per comodità dell' operazione situeremo il minore sotto il maggiore

```
   357896 } Fattori
      487 }
  -------
  2505272
 2863168
1431584
---------
174295352 Prodotto
```

Si moltiplichi il 7 per 357896 e si scriva sotto la linea orizzontale il primo prodotto parziale 2505272; indi si moltiplichi 8 per lo stesso fattore 357896; e poichè 8 esprime decine, si scriverà il secondo fattore parziale 2863168 sotto al primo, ponendo il primo carattere 8 sotto le decine; e così si continuerà la moltiplicazione avanzando sempre un carattere a sinistra.

ALTRO ESEMPIO.

```
  23746
    208
 ------
 189968 } Fattori
474920  }
-------
4939168 Prodotto
```

Il primo prodotto 189968 è quello di 8 per 23746; il secondo prodotto, dovendo esser zero, è rappresentato da un zero posto sotto le decine; il terzo prodotto cioè quello di 2 per 23746 è situato a sinistra del zero cioè 47492: la somma darà il prodotto intero.

Della Divisione.

5. Quando si ha un prodotto e un fattore, l'altro fattore indicherà quante volte il prodotto dato conterrà il dato fattore.

Così avendosi il prodotto 24 e'l fattore 6, l'altro fattore sarà 4 che indica quante volte il 24 comprende 6.

Nella moltiplicazione, dati due fattori, si cerca il prodotto: nella divisione all'opposto, dato il prodotto e un fattore, si cerca l'altro fattore. Ma non sempre il dato prodotto è esatto: il più delle volte esso è maggiore del prodotto vero di una quantità minore del dato fattore. Così se il prodotto fosse 27 e'l fattore 6, il 27 comprende il 6 quattro volte con un avanzo 3. Il prodotto vero o eccedente dicesi *dividendo*, il dato fattore *divisore;* il fattore che si cerca si dice *quoziente* o *quoto* e ciocchè resta dicesi *residuo* il quale si unirà agli altri numeri del dividendo che seguono.

ESEMPIO.

Si domanda sapere quante volte 26575 comprende il 5?

5 divisore	26875 dividendo
5375 quoziente esatto.	18
	37
	25

Si prenda dal dividendo a sinistra un numero maggiore del divisore: e nel nostro caso si prenda il 26; e poichè 26 contiene 5 cinque volte, si scriverà 5 nel quoto, e l'avanzo 1 si scriverà sotto al 6 nel dividendo; si segnerà 8 che si abbasserà a fianco di 1; e poichè 18 diviso per 5 dà 3, si scriverà 3 nel quoziente a destra del 5; e poichè il prodotto di 3 pel quoto 5 è 15, si scriverà il residuo 3 sotto il dividendo 18; e a destra del 3 si scriverà il 7 che si abbassa dal dividendo, segnandolo con un punto come si vede. Il 37 diviso per 5 dà 7 che si scriverà nel quoto a destra del 3: e poichè il prodotto di 7 per 5 è 35, l'avanzo 2 a 37 si scriverà sotto di questo numero nel dividendo: e posto a fianco al 2 il 5, ultimo carat-

tere del dividendo, si dividerà 25 per 5 e 'l quoto esatto 5 si porrà a destra del 7: e così il quoto esatto di 26875 diviso per 5 è 5375.

La pruova della divisione si farà con moltiplicare il quoto pel divisore; il prodotto, quando non v'è residuo, dovrà eguagliare il dividendo, com'è nel nostro caso.

ALTRO ESEMPIO.

9 divisore	9537 dividendo
1059 $\frac{6}{9}$ quoziente	53
	87
	6

Nel caso presente il quoto di 9 diviso per 9 è 1 senza residuo; e poichè abbassando il 5, questo non è divisibile per 9, si porrà un zero nel quoziente a destra di 1: abbassando il 3 a destra del 5, si dividerà 53 per 9; il quoto sarà 5 che si scriverà a destra del 0, e'l residuo 8 si porrà sotto al 3, abbassandosi il 7 a destra di 8, si dividerà 87 per 9; il quoto sarà 9 a fianco al quale si scriverà il residuo 6, ponendovi sotto il divisore 9 separato da esso con una linea orizzontale.

Passiamo al caso in cui il divisore è composto di più cifre.

ESEMPIO.

34 divisore	357823 dividendo
quoto 10524 $\frac{7}{34}$	178
	82
	143
	7

Si prendano a sinistra del dividendo due numeri 35, essendo essi maggiori di 34: fatta la divisione di 35 per 34, si

scriverà 1 nel quoto: moltiplicato 1 per 34, il prodotto 34 si sottrae da 35 e'l residuo 1 si scriverà sotto al 5. Si abbasserà a destra del 5 il 7 dal dividendo; e poichè 17 è minore di 34, si porrà zero nel quoto a destra di 1, e a fianco del 17 si abbasserà 8 dal dividendo: indi si dirà 3 in 17 entra 5 volte coll' avanzo 2 che innanzi ad 8 fa 28 e poichè il 4 (secondo carattere del divisore) entra 5 volte in 28; si scriverà 5 a destra del zero nel quoto: dipoi si dirà 5 per 4 fa 20 che mancando di 8 da 28 (numero prossimamente maggiore, che termina con 8), si scriverà 8 sotto 178: a destra di 8 si abbassi il 2 dal dividendo: e si dica il 3, primo carattere del divisore, entra in 8, primo carattere di questo dividendo, due volte coll'avanzo 2 che innanzi al 2 posto a destra di 8 fa 22; e poichè 4 entra bene 2 volte in 22, si scriverà 2 nel quoto a destra di 5: indi si dirà 2 per 4 fa 8 che manca dal 12 per 4, il quale si scriverà sotto il 2; e poi 2 per 3 fa 6, e 1 perchè il prodotto precedente è stato 12, mentre si è avuto conto del solo 2; si ha dunque 7 che manca di 1 da 8: si scriva dunque 1 sotto 8; e a destra del 14 si abbassi il 3. Finalmente si divida 143 per 34 nello stesso modo: si scriva il quoto 4 a fianco a 2 nel quoziente: si moltiplichi 4 per 34; e 'l prodotto si sottragga da 143: il residuo 7 si scriverà a destra del quoto sotto al quale si scriverà il divisore 34, separandolo con una linea orizzontale. Onde il quoziente di 357823 per 34 è 10534 con una frazione indicata da $\frac{7}{34}$ che or or impareremo a conoscere.

ALTRO ESEMPIO.

988 divisore	1034578 dividendo
1047 $\frac{142}{988}$ quoziente	4657
	7058
	142

La pruova della moltiplicazione si fa dividendo il prodotto

per un fattore, il quoziente sarà l'altro fattore. Così nel primo esempio della moltiplicazione (n.° 4) dividendo 174295352 per 487, si avrà 357896.

Delle Frazioni.

6. Se si divida un numero, p. e., 27 per 4, il quoziente sarà 6 e rimarrà a dividersi per 4 il residuo 3; questa divisione ineseguibile sarà espressa da $\frac{3}{4}$ (che si leggerà tre quarti): l'espressione $\frac{3}{4}$ è una *frazione* nella quale il numero 3, residuo del dividendo, dicesi *numeratore*, il divisore 4 dicesi *denominatore*, e'l quoziente è $\frac{3}{4}$ che dinota 3 diviso per 4. La *frazione* $\frac{3}{4}$ dinota pure che l'unità, delle 27 quantità che si dividono per 4, supponesi divisa in quattro parti eguali delle quali si prendono tre; cosicchè manca ancora un quarto per compiere l'unità.

Adunque potremo definire la frazione in due modi apparentemente diversi, ma identici nel risultamento.

1.° La frazione è una divisione abbreviata la quale, non potendosi eseguire, si dinota con due numeri, l'uno posto al disopra dell'altro, e separati da una retta orizzontale: il numero superiore è il *numeratore*, l'inferiore il *denominatore*, e l'intera frazione il *quoziente*.

2.° La frazione è una espressione numerica che disegna parti di una data unità; e questa supponesi divisa in tante parti, quante ne indica il denominatore, delle quali parti si prendono tante, quante unità comprende il *numeratore*.

L'identità di queste due definizioni si rende evidente col seguente esempio.

Si prenda, per es., $\frac{3}{5}$ di ducato, facendo la divisione di 3 ducati per 5, ossia di 30 carlini per 5, si ha 6 carlini; e se poi il ducato si divide in cinque parti eguali, ognuna di esse sarà due carlini, cioè $\frac{1}{5}$ di ducato sarà due carlini: epperò $\frac{3}{5}$ di ducato sarà tre volte due carlini, cioè 6 carlini. Adunque una frazione, per es., $\frac{3}{5}$ di ducato, può esser letta in due modi differenti ma identici; 1.° tre ducati diviso per cinque; 2.° il ducato diviso in 5 parti eguali delle quali si prendono tre.

Segue dalle cose precedenti che una frazione nella quale il numeratore è eguale al denominatore, pareggia l'unità: così $\frac{5}{5}$ rappresenta 1, perchè il 5 in 5 entra una volta senza residuo.

7. Se un intero, per es. 3, si voglia ridurre a frazione di un dato denominatore, per es. 7, essendo $\frac{7}{7}=1$, il 3 moltiplicato per $\frac{7}{7}$ sarà lo stesso che 3 moltiplicato per 1, epperò rimarrà lo stesso valore di 3 (4): sicchè $3=\frac{3.7}{7}=\frac{21}{7}$.

8. Dalla definizione della frazione (6, 1.°) apparisce che quando cresce il solo numeratore, rimanendo lo stesso denominatore, crescerà pure la frazione: così $\frac{3}{5}$ di ducato è maggiore di $\frac{2}{5}$: e infatti il $\frac{3}{5}$ corrisponde a sei carlini, e'l $\frac{2}{5}$ a quattro carlini. Epperò $\frac{4}{5}$ è doppio di $\frac{2}{5}$; poichè il $\frac{4}{5}$ di du-

cato corrisponde ad otto carlini ch'è doppio di quattro carlini. Sicchè quando una frazione si vorrà raddoppiare, triplicare ec., basterà raddoppiare, triplicare ec., il solo numeratore.

Adunque una frazione si moltiplica per un intero, moltiplicando per l'intero il solo numeratore. Cioè $\frac{7}{8} \cdot 3 = \frac{21}{8} = 2\frac{5}{8}$.

9. Inversamente, essendo $\frac{2}{5}$ metà di $\frac{4}{5}$ (preced.) e terza parte di $\frac{6}{5}$, ne segue che quando si vuole prendere la metà, terza ec. parte di una frazione, basterà dividere, quando si può, il numeratore per 2, 3 ec.

Adunque una frazione si divide per un intero, dividendo per l'intero il numeratore, quando si può. Così $\frac{6}{7} : 3 = \frac{2}{7}$.

10. Quando cresce il solo denominatore di una frazione, rimanendo lo stesso numeratore, la frazione diminuisce. Così $\frac{3}{10}$ di ducato è minore di $\frac{3}{5}$ di ducato, poichè il primo, $\frac{3}{10}$ esprime 3 carlini; e'l secondo, $\frac{3}{5}$, 6 carlini. Il primo dunque, $\frac{3}{10}$, è la metà di $\frac{3}{5}$: adunque se si dovesse dividere $\frac{3}{5}$ per 2, basterebbe moltiplicare per 2 il denominatore 5. Similmente $\frac{3}{20}$ è la metà di $\frac{3}{10}$ di ducato; poichè $\frac{3}{20} = 15$ grani, (6, 1.° e 2.°) e $\frac{3}{10} = 3$ carlini: E poichè $\frac{3}{10}$ è metà di $\frac{3}{5}$, sarà $\frac{3}{20}$ quarta parte di $\frac{3}{5}$. Adunque se, rimanendo lo stesso

numeratore di una frazione, questa si volesse dividere per 2, 3, 4 ec., basterebbe moltiplicare il denominatore della frazione per 2, 3, 4 ec.

Epperò una frazione si divide per un intero o dividendo il numeratore per l'intero, quando si può, o moltiplicando per lo stesso intero il denominatore.

Abbiamo veduto che $\frac{3}{5}$ è il doppio di $\frac{3}{10}$; cioè $\frac{3}{10}.2=\frac{3}{5}$; ma il denominatore 5 di $\frac{3}{5}$ è eguale al denominatore 10 di $\frac{3}{10}$ diviso per 2: adunque *una frazione si moltiplica per un intero o dividendo per l'intero il denominatore, quando si può, o moltiplicando per lo stesso il numeratore*. Epperò $\frac{7}{8}.4=\frac{7}{2}=3\frac{1}{2}$ valore identico a $\frac{28}{8}=3\frac{4}{8}=3\frac{1}{2}$.

L'eleganza e la semplicità esigono che nella moltiplicazione di una frazione per un intero si preferisca la divisione del denominatore per lo stesso intero: e che nella divisione di una frazione per un intero si preferisca la divisione del numeratore per l'intero, quando si può.

11. Sia una frazione qualunque, per es., $\frac{3}{7}$; sarà $\frac{6}{7}$ doppio di $\frac{3}{7}$; ma $\frac{6}{7}$ è anche doppio di $\frac{6}{14}$; adunque sarà $\frac{3}{7}=\frac{6}{14}$: parimente $\frac{9}{7}$ sarà il triplo di $\frac{3}{7}$; ma $\frac{9}{7}$ è anche triplo di $\frac{9}{21}$; adunque sarà $\frac{3}{7}=\frac{9}{21}$: E così potrà continuarsi questo ragionamento. Dal $\frac{3}{7}$ si va al $\frac{6}{14}$ moltiplicando tanto il 3 quan-

to il 7 (che sono i termini della frazione $\frac{3}{7}$) per 2: e dal $\frac{6}{14}$ si va al $\frac{3}{7}$, dividendo i termini della frazione $\frac{6}{14}$ per 2. Similmente dal $\frac{3}{7}$ si va al $\frac{9}{21}$ moltiplicando per 3 i termini della frazione $\frac{3}{7}$: e dal $\frac{9}{21}$ si va al $\frac{3}{7}$ dividendo per 3 i termini della frazione $\frac{9}{21}$; e generalizzando si avrà il teorema che

Ogni frazione è identica a quella che si ottiene moltiplicando o dividendo i suoi termini per lo stesso numero. Epperò

$$\frac{2}{3}=\frac{8}{12}=\frac{14}{21}\ldots.$$

12. *Ridurre più frazioni di diverso denominatore ed avere lo stesso denominatore.*

Regola generale. *I termini di ogni frazione si moltiplicheranno pel prodotto de' denominatori delle altre frazioni, tranne il suo proprio.*

Così $\frac{2}{3};\ \frac{3}{4};\ \frac{5}{7}=\frac{2.4.7}{3.4.7};\ \frac{3.3.7}{3.4.7};\ \frac{5.3.4}{3.4.7}=\frac{56}{84};\ \frac{63}{84};\ \frac{60}{84}.$

Delle tre frazioni date non si scorgeva a colpo d' occhio il loro valore relativo; ma ridotto allo stesso denominatore, il loro relativo valore risulta intuitivo.

Regole particolari della riduzione allo stesso denominatore.

1.ª Sia $\frac{2}{3};\ \frac{3}{4};\ \frac{5}{12}$; Essendo i denominatori 3 e 4 fattori o divisori di 12, si farà la divisione di 12 per 3, e pel quozien-

te 4 si moltiplicheranno i termini della frazione $\frac{2}{3}$, si avrà $\frac{2}{3}=\frac{8}{12}$: similmente, diviso 12 per 4, si moltiplicheranno pel quoziente 3 i termini della frazione $\frac{3}{4}$; si avrà $\frac{3}{4}=\frac{9}{12}$; onde si avrà $\frac{2}{3}=\frac{8}{12}$; $\frac{3}{4}=\frac{9}{12}$; e le frazioni $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{12}$ si troveranno ridotte allo stesso denominatore $\frac{8}{12}$, $\frac{9}{12}$, $\frac{5}{12}$.

Regola. *Quando uno de' denominatori di una frazione è moltiplice degli altri denominatori, si dividerà successivamente il denominatore multiplice per ciascheduno degli altri denominatori; e pe' rispettivi quozienti si moltiplicheranno i termini delle corrispondenti frazioni.*

2.ª Vi sono de' casi ne' quali, sebbene non v'è un denominatore moltiplice degli altri, pure si potrà cercare un moltiplice di tutt'i denominatori, e poi si opererà come sopra.

Sia $\frac{5}{6}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{7}{9}$: Il multiplice comune de' denominatori 6, 4, 9 è 36. Sicchè operando come per la regola 1.ª, le frazioni $\frac{3}{4}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{7}{9}$ si ridurranno alle rispettive identiche $\frac{27}{36}$; $\frac{30}{36}$; $\frac{28}{36}$.

13. *Sommare più frazioni.*

Regola. *Se le frazioni hanno lo stesso denominatore, si sommeranno i soli numeratori, sottoponendovi il denominatore comune. Se non hanno lo stesso denominatore, si ridurranno prima ad avere lo stesso denominatore e poi si eseguirà la regola quassù indicata.*

Siano, per es., $\frac{2}{3}+\frac{3}{5}+\frac{7}{8}$, si avrà

$$\frac{2}{3}+\frac{3}{5}+\frac{7}{8}=\frac{80}{120}+\frac{72}{120}+\frac{105}{120}=\frac{257}{120}=2\,\frac{17}{120}.$$

Se vi sono interi e frazioni, si sommeranno prima gl'interi e poi le frazioni separatamente.

Sia $5\frac{2}{3}+7\frac{3}{5}+8\frac{7}{9}$: E poichè 45 è moltiplice de' denominatori 3, 5 e 9, si avrà

$$5\frac{2}{3}+7\frac{3}{5}+8\frac{7}{9}=20\frac{30}{45}+\frac{27}{45}+\frac{35}{45}=20\frac{92}{45}=22\frac{2}{45}.$$

Sommare un intero con una frazione.

Sia $7+\frac{3}{5}$ che suole scriversi $7\frac{3}{5}$: Si scriverà così

$$\frac{7}{1}+\frac{3}{5}=\frac{35}{5}+\frac{3}{5}=\frac{38}{5}:\ \text{ma } 38 \text{ è } 7.5+3:$$

Adunque un intero si sommerà con una frazione, moltiplicando l'intero pel denominatore; aggiungendo al prodotto il numeratore, e tutto dividendo per lo stesso denominatore.

Questa operazione si eseguirà solamente quando hanno a moltiplicarsi o a dividersi interi con frazioni, come vedremo.

14. *Sottrazione di una frazione da un' altra maggiore.*

Regola. *Se le due frazioni non hanno lo stesso denominatore, si ridurranno prima ad averlo; e poi dalla frazione minuendo si toglierà quello della frazione sottraendo, e sotto al residuo si scriverà il comune denominatore.*

Così $\frac{6}{7}-\frac{5}{6}=\frac{36}{42}-\frac{35}{42}=\frac{1}{42}$

$$7\frac{5}{8}-3\frac{1}{3}=4\frac{15}{24}-\frac{8}{24}=4\frac{7}{24}.$$

$$5\frac{2}{7}-2\frac{7}{8}=3\frac{16}{56}-\frac{49}{56}=2\frac{56}{56}+\frac{16}{56}-\frac{49}{56}=$$

$$=2\frac{72}{56}-\frac{49}{56}=2\frac{23}{56}.$$

Se da un intero si domanda togliere una frazione, si pren-

derà 1 dall'intero, e si ridurrà a frazione del dato denominatore; e poi si farà la sottrazione.

Così $7-\frac{5}{9}=6\frac{9}{9}-\frac{5}{9}=6\frac{4}{9}$.

Esempio di somma e sottrazione insieme.

$$9\frac{3}{4}+6\frac{2}{3}+5\frac{5}{6}-8\frac{23}{24}=20\frac{18}{24}+\frac{16}{24}+\frac{20}{24}-8\frac{23}{24}=$$

$$=12\frac{54}{24}-\frac{23}{24}=12\frac{31}{24}=13\frac{7}{24}.$$

15. *Moltiplicazione delle frazioni.*

Regola. *Si moltiplicheranno fra loro i numeratori e i denominatori, e co' rispettivi prodotti si farà la nuova frazione.*

Così $\frac{7}{8}\cdot\frac{3}{5}=\frac{21}{40}$

$$3\frac{3}{7}\cdot2\frac{2}{5}=\frac{24}{7}\cdot\frac{12}{5}=\frac{288}{35}=8\frac{8}{35}.$$

Poichè $\frac{2}{9}\cdot\frac{5}{7}=\frac{2}{7}\cdot\frac{5}{9}$ (giacchè l'uno e l'altro prodotto è $\frac{10}{63}$), ne segue che nella moltiplicazione delle frazioni è permesso cambiare di denominatore, lo che si fa per una pronta riduzione, come negli esempî seguenti.

$$\frac{3}{5}\cdot\frac{7}{9}=\frac{3}{9}\cdot\frac{7}{5}=\frac{1}{3}\cdot\frac{7}{5}=\frac{7}{15}$$

$$3\frac{3}{4}\cdot2\frac{2}{3}=\frac{15}{4}\cdot\frac{8}{3}=\frac{15}{3}\cdot\frac{8}{4}=5.2=10.$$

Si noti che il prodotto di due frazioni è minore di entrambe. Infatti se una frazione si moltiplica per 1, si avrà la stessa frazione (n.° 4), ma una frazione è minore di 1; dunque il prodotto di una frazione per un'altra dee esser minore di entrambe.

Così $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7} = \frac{15}{28}$: E poichè $\frac{3}{4} = \frac{21}{28}$ e $\frac{5}{7} = \frac{20}{28}$, si vede chiaro in questo esempio che $\frac{15}{28}$ è minore sì di $\frac{3}{4}$ che di $\frac{5}{7}$.

16. ***Divisione delle frazioni.***

Regola. ***Si rovesci coll' immaginazione la frazione divisore e si faccia la moltiplicazione.***

Così $\frac{2}{3} : \frac{3}{4} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} = \frac{8}{9}$

Se si ha $\frac{3}{7} : \frac{5}{7}$, si avrà $\frac{3}{7} \cdot \frac{7}{5} = \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{7} = \frac{3}{5} \cdot 1 = \frac{3}{5}$.

Sicchè se due frazioni hanno lo stesso denominatore, il numeratore della frazione dividendo si dividerà pel numeratore della frazione divisore.

Poichè $\frac{5}{8} : \frac{5}{9} = \frac{5}{8} \cdot \frac{9}{5} = \frac{5}{5} \cdot \frac{9}{8} = 1 \cdot \frac{9}{8} = \frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}$, ne segue che ***se due frazioni hanno lo stesso numeratore, si farà la divisione ponendo per numeratore della nuova frazione il denominatore della frazione divisore e per denominatore quello della frazione dividendo.***

Epperò $3\frac{3}{7} : 2\frac{2}{7} = \frac{24}{7} : \frac{16}{7} = \frac{24}{16} = 1\frac{8}{16} = 1\frac{1}{2}$

$7\frac{3}{5} : 5\frac{3}{7} = \frac{38}{5} : \frac{38}{7} = \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}$.

Si noti che il quoziente della divisione di due frazioni è maggiore della frazione dividendo: poichè il quoziente predetto è la stessa frazione dividendo moltiplicata per una frazione rovesciata, ossia per un numero maggiore dell' unità: Epperò il quoziente di $\frac{3}{5} : \frac{7}{8}$ cioè $\frac{24}{35}$ è maggiore di $\frac{3}{5}$, essendo $\frac{3}{5} = \frac{21}{35}$.

Delle Frazioni Decimali.

17. Nel sistema della nostra numerazione il numero che segue alla destra di un altro in una espressione di più cifre, come 7538, è dieci volte minore del precedente nel suo valore significativo: Così nel proposto numero le unità del 5 sono dieci volte minori delle unità del 7: quelle del 3 dieci volte minore delle unità del 5; e le unità dell'8 sono dieci volte minori di quelle del 3 ec. ec. Se si continuasse a scrivere delle cifre a destra di 8, separandole però con una virgola per indicare che si è giunto nella cifra 8 alle unità più semplici, si avrebbero successivamente delle unità dieci volte, cento volte, ec. minori dell'unità semplice. Per es. in 7538,269, il 2 esprime parti decime dell'unità più semplice, il 6 parti decime dell'unità decime, ossia parti centesime dell'unità più semplice, il 9 parti decime delle unità centesime; ossia parti millesime dell'unità più semplice.

Epperò il 2 a destra della virgola sarà $\frac{2}{10}$ dell'unità più semplice, il 6 sarà $\frac{6}{100}$, e il 9 $\frac{9}{1000}$.

E poichè $\frac{2}{10}=\frac{200}{1000}$ ecc. (moltiplicando i termini di $\frac{2}{10}$ per 100); il $\frac{6}{100}=\frac{60}{1000}$; perciò il numero 7538,269 si leggerà $7538+\frac{200}{1000}+\frac{60}{1000}+\frac{9}{1000}$; ma $\frac{200}{1000}+\frac{60}{1000}+$ $+\frac{9}{1000}=\frac{269}{1000}$; adunque il numero dato 7538,269 si leggerà settemila cinquecento trentotto e ducento sessantanove millesimi.

Le frazioni $\frac{2}{10}$, $\frac{6}{100}$, $\frac{9}{1000}$ o l'equivalente 0,269 diconsi

frazioni decimali perchè il loro denominatore scritto o sottointeso è 10, 100, 1000 ec.

Segue da tutto ciò che noi possiamo scrivere i decimali come gl'interi, separandoli solamente con una virgola da' medesimi: Poichè, cominciando dall'unità, se si procede verso sinistra si dirà diecine, centinaja, migliaja ec.; e procedendo verso destra si dirà decimi, centesimi, millesimi ec.

Se mancassero o i decimi o i centesimi ec. si supplirebbero con un zero, appunto come si fa negl'interi quando mancano le diecine le centinaja ec. Così l'espressione 75,0307 indica che mancano le parti decime e le millesime, e si leggerà 75 interi e 307 dieci millesimi: nell'altra 0,00905 mancano le parti decime le centesime e le diecimillesime; e si leggerà 905 centomillesimi.

Egli sarà facile di leggere e scrivere i decimali conoscendosi il denominatore. Se, per es. il denominatore di un'espressione decimale è 10000, debbano nella cifra esservi quattro caratteri decimali, quanti sono i zeri che seguono l'unità: epperò 3 diecimillesimi si scriverà 0,0003.

E parimente 0,0030507 si leggerà trentamila cinquecento sette diecimilionesimi, poichè l'unità seguita da sette zeri fa diecimilioni.

N.° 1.° Quindi apparisce che i zeri posti a destra dalla virgola cioè a sinistra delle cifre decimali non possono togliersi senza errore, poichè servono cogli altri decimali a dinotare la specie della frazione. Così 0,09 di ducato sono 9 grani, laddove 0,9 sono 9 carlini.

2.° Non è così de' zeri che sono in ultimo, a destra di tutte le cifre: possono aggiungersene a volontà e possono togliersi senz'alterare la frazione decimale. Infatti essendo

$\frac{3}{10}=\frac{30}{100}=\frac{300}{1000}$ ec., ne segue da se si avesse 0,3 si potrebbe scrivere 0,30, 0,300 ec. e inversamente, avendosi 0,300 potrà scriversi 0,30, o pure 0,3.

Quando una frazione decimale si moltiplica per 10, 100, 1000, passeranno da' decimali agl'interi, nell'ordine come sono, tante cifre, quanti zeri sono nel moltiplicatore. E all'opposto nella divisione, passeranno dagl'interi a' decimali, nello stesso ordine, tante cifre, aggiungendovi se bisogna de' zeri, quanti zeri sono nel divisore decimale. Cioè $0,09359 \cdot 100 = 009,357 = 9,3575$; $27,00938 : 10000 = 0,002700938$ (cioè 27 interi a 938 diecimillesimi divisi per 10000 è eguale a due milioni settecento mila novecento trentotto mille milionesimi).

Infatti $0,09357 \cdot 100 = \frac{9357}{100000} \cdot 100 = \frac{9359}{1000} = 9,357$. E così pure $27,00938 : 10000 = \frac{2700938}{100000} : 10000 = \frac{2700938}{1000000000} = 0,002700938$.

Segue da tutto ciò che abbiamo detto che i decimali possono sommarsi, sottrarsi, moltiplicarsi e dividersi come gl'interi con alcune avvertenze che si rileveranno dagli esempî particolari.

18. *Somma de' decimali.*

Regola. Si scriveranno le parti decime, centesime, millesime ec. l'una sotto l'altra; e poi si farà la somma come per gl'interi.

Siano per es. da sommarsi

	29,73058
	0,0039
	5,083709
Somma	34,818189

19. *Sottrazione de' decimali.*

Regola. *Si scriveranno in corrispondenza le parti decime, centesime, millesime: si eguaglierà il numero de' decimali po-*

nendo uno o più zeri in fine de' numeri ove mancano, e poi si farà la sottrazione, come per gl' interi, separando però gl' interi da' decimali.

Sia per esempio da sottrarsi 7,39708 da 22,070835: si scriveranno così

22,070835	ossia	22,070835
7,39708		7,397080
	Residuo	14,673755

20. *Moltiplicazione de' decimali.*

Regola. *Si moltiplicheranno come per gl' interi e poi si separeranno con una virgola dal prodotto tante cifre da destra a sinistra, quante sono in amendue i fattori, aggiungendo de' zeri a sinistra della ultima cifra del prodotto, se le cifre sommate sono di un numero minore de' decimali che contengono i due fattori.*

Dimostrazione di questa regola. Sia da moltiplicarsi 0,0057 per 0,00028: sarà lo stesso che moltiplicare $\frac{57}{10000}$ per $\frac{28}{100000}$: Fatta la moltiplicazione (n.° 10) si avrà $\frac{1596}{1000000000} = 0,000001596$; ove si vede che il prodotto 0,000001596 ha tante cifre decimali quante sono in amendue i fattori, cioè nove, e che si sono aggiunte a sinistra del prodotto 1596 cinque cifre decimali per avere i mille milionesimi indicati dal denominatore 1000000000.

Sia da moltiplicarsi 3,0025 per 0,00098; si avrà

3,0025
0,00098
240200
270225

Prodotto 0,0029424450 = 0,00294245 (2.° pag. 23)

21. *Divisione de' decimali.*

Regola. *Si eguaglierà il numero delle cifre decimali nel dividendo e nel divisore per via di zeri scritti in ultimo a destra: indi, secondo l'approssimazione a decimi a centesimi a millesimi ec. che si desidera, si aggiungerà uno, due, tre ec. zeri alla fine del dividendo. Di poi si farà la divisione come negl'interi, e nel quoziente si separeranno da destra a sinistra tante cifre decimali quanti sono i zeri aggiunti al dividendo.*

Sia da dividersi 0,23578 per 2,034. Si disporranno così

divisore 2,034 0,23578 dividendo

Eguagliando le cifre decimali si avrà

divisore 2,03400 0,23578 dividendo.

Se si vuole l'approssimazione a parti millesime, si aggiungeranno tre zeri alla fine del dividendo e si farà la divisione così

divisore 2,03400 0,23578000
quoziente 0,115 323800
1204000
187000

Infatti se il quoziente si moltiplichi pel divisore, si avrà per prodotto 0,23391000, al quale aggiunto il residuo 187000; si avrà la somma 0,23578000, valore identico al dato dividendo.

Segue da ciò che quassù si è detto, in riguardo alla divisione de' decimali, che si può facilmente ridurre a frazione comune una frazione in cui sì il numeratore che il denominatore sono decimali, o che lo sia un solo. Basterà a tal oggetto eguagliare ne' termini della detta frazione le cifre decimali e togliere le virgole. Volendo poi effettuare la divisione per approssimazione, si farà come qui sopra si è insegnato.

Così $\frac{0,0235}{2,03}=\frac{235}{20300}$: e volendola approssimare a parti millesime si porranno a destra di 235 tre zeri, scrivendo

$$\frac{235,000}{20300}=\frac{2,350}{203}=0,011.$$

Similmente $\frac{3,023}{0,000723}=\frac{3023000}{723}$: e ponendo due zeri nel dividendo separati con una virgola dall'intero 2023000 si avrà $\frac{3023000,00}{723}$ che darà un quoziente approssimato a parti centesime cioè 4181,18.

Parimenti si ridurrà la frazione $\frac{236}{0,00235}$ a $\frac{23600000}{235}$; e l'altra

$\frac{0,5237}{389}$ a $\frac{5237}{3860000}$ e non rimarrà che far le divisioni.

22. Se una frazione comune si vuol ridurre a frazione decimale, si aggiungono de' zeri a destra del denominatore e si faccia la divisione pel denominatore dalla frazione data: Se la divisione si farà esattamente, la frazione decimale che si avrà sarà eguale perfettamente alla frazione comune. Se poi, dopo alcune cifre del divisore, ritorneranno gl'istessi numeri, la frazione decimale sarà periodica e sarà eguale alla data frazione comune tanto più approssimativamente, quante più cifre si prenderanno nel divisore.

Esempio. Voglia ridursi a frazione decimale la frazione comune $\frac{5}{8}$. Si scriva così

divisore 8	50000 dividendo	
quoziente 0,625	20	
	40	
	0	

Sia ora la frazione $\frac{5}{11}$: Si opererà così

divisore 11	50000 dividendo
quoziente 0,454	60
	50

Si vede che dopo le due cifre 45 è ritornato di nuovo il 4, onde la frazione periodica 0,4545454 è il valore approssimato, a parti diecimilionesime, della frazione comune $\frac{5}{11}$ e l'approssimazione potrà portarsi fin dove piace ripetendo sempre il periodo 45 a destra delle cifre scritte.

Quando si ha una frazione periodica, per es., 0,45454 si può tornare alla frazione comune che l'ha prodotta, scrivendo una frazione in cui il periodo è il numeratore e il denominatore è formato da tanti nove, quante sono le cifre del periodo: Nel nostro caso, essendo il periodo indicato da 45 si farà $\frac{45}{99}$: Infatti $\frac{45}{99}=\frac{5}{11}$ (dividendo i termini della frazione $\frac{45}{49}$ per 9), ch'è la frazione data.

Quando si ha un decimale con molte cifre possono togliersi le cifre che cominciano da un 5, un 6, un 7, un 8, un 9; ma allora l'ultima cifra che precede gli stessi numeri si accrescerà di 1. Così per esempio, si avrà $3,2434873=3,2435$; $0,34529=0,3453$; $2,0359837=2,036$ ec. Bisogna far con giudizio questa riduzione, secondo il grado di approssimazione che si desidera e che conviene.

De' pesi e delle misure.

23. Le misure diverse possono essere, 1. *lineari*, 2. *itinerarie*, 3. *di superficie* fra le quali le *agrarie*, 4. *di volume*, 5. *di capacità per gli aridi e liquidi*, 6. *i pesi*, *la moneta ec.*

Il capo di opera fra tutt'i sistemi conosciuti è il sistema metrico francese adottato in tutte le scienze fisiche e di matematica applicata, siccome pure dalla maggior parte delle nazioni incivilite. E a questo sistema, detto per antonomasia scientifico, si paragonano i pesi e le misure di tutte le altre nazioni.

Il sistema metrico francese è totalmente fondato sul *metro* (misura lineare) ch'è la diecimilionesima parte del quadrante del meridiano terrestre. Il chilometro (1000 metri) è l'unità di misura iteneraria. Il quadrato di 10 metri ossia 100 metri quadrati dicesi *ara* (misura agraria).

Il cubo della decima parte del metro, considerato come misura di capacità per gli aridi, dicesi *litro:* adoprato poi per indicare il peso di un egual volume (decimetro cubico) di acqua distillata, alla temperatura di 4 gradi centigradi, dicesi *chilogramma* (unità di peso). Il volume di un metro cubico, dicesi *stero*.

Sicchè le misure metriche si riducono alle seguenti sei, *metro*, *chilometro*, *ara*, *litro*, *chilogramma*, la cui unità è il gramma che rappresenta il peso di un cubo il cui lato è la centesima parte del metro (centimetro cubico) e finalmente lo *stero* che si usa solamente per le legna.

Conosciuti i primi cinque nomi si formano i multiplici e i summultiplici di essi, aggiungendo pe' primi i nomi greci *deca*, *hecta*, *chilo*, *miria ec.* e pe' secondi i nomi presi dal latino *deci*, *centi*, *milli ec.*, come si vede qui appresso.

Misure lineari o di semplice lunghezza.

Miriametro	10000 metri	unità di misure itinerarie.
Chilometro o miglio metrico	1000 metri	
Ettometro	100 metri	
Decametro	10 metri	
Metro	unità di misura lineare	

Decimetro.............. $\frac{1}{10}$ del metro

Centimetro.............. $\frac{1}{100}$ del metro

Millimetro.............. $\frac{1}{1000}$ del metro

ec. ec.

Misure agrarie di superficie.

Ettaro.... 100 are o 10000 metri quadr. } unità di misure
Ara...... 100 metri quadrati } agrarie.
Deciara, la decima parte dell'ara o dieci metri quadrati.
Centiara................ (metro quadrato).

Le misure di volume si deducono dalle misure lineari, dicendosi per esempio millimetro, centimetro, decimetro, metro cubico ec.

Misure di capacità per liquidi e aridi.

Chilolitro......... 1000 litri
Ettolitro......... 100 litri
Decalitro.......... 10 litri
Litro. Unità di misure di capacità, o un decimetro cubico.
Decilitro.......... decimo del litro.
ec. ec.

Misure di pesi.

Mille chilogrammi.. { Peso del metro cubico di acqua distillata, detto tonnellata di mare.
Cento chilogrammi.. Quintale metrico
Miriagrammo...... dieci chilogrammi o 10mila grammi.

CHILOGRAMMO......	1000 grammi: peso di un decimetro cubico di acqua distillata nel voto alla temperatura di 4 gradi centig.
Ettogrammo	cento grammi
Decagrammo.......	dieci grammi
GRAMMA..........	Peso di un centimetro cubico di acqua distillata: unità di peso vale presso a acini 22¼ (vedi le misure napoletane).
Decigramma.......	vale la decima parte del gramma.

ec. ec.

Misure per le legna.

Stero............. metro cubico.

Monete.

Franco........... equivalente a ducati 0,24 circa.

MISURE LEGALI NAPOLETANE SECONDO LA LEGGE DEL 6 APRILE 1840.

Misure lineari o di semplice lunghezza.

Palmo che corrisponde a..	0m.,26455	Unità lineari.
Canna................	dieci palmi	

Decimo, centesimo, millesimo ec. di palmo (*a*).

Misure itinerarie.

Miglio geografico... di 60 a grado	1000 passi, ciascheduno di 7 palmi, epperò 7000 palmi (unità delle misure geografiche).

(*a*) Si noti che prima della legge del 6 Aprile 1840 si usava in Napoli il passo di sette palmi e un terzo; e che in Puglia è pure in uso il passo di sette palmi per le misure agrarie. Si usava pure la canna antica di otto palmi.

Misure agrarie o di superficie.

Moggio..........	Quadrato di 10 canne o di 100 palmi; epperò 10000 palmi quadrati (unità di misura agraria).

Decimo, centesimo, millesimo ec. del moggio (a).

Misure pe' liquidi.

Pel vino..	*Barile*...........	Litri 43,62503; e palmi cubici 2,35619 (unità di misura pel vino).
	Botte di dodici barili. palmi cubici 28,27433.	
	Carro di due botti...	
Per l'olio.	***Stajo antico*.......** 10 rot. e un terzo.	
	Recipiente di un rotolo e di un decimo di rotolo ec.	
	Nelle grandi quantità l'olio si vende a peso, cioè rotoli, cantaja ec. (vedi qui appresso misure pe' pesi).	

Misure di capacità per gli aridi.

Il *tommolo.* Tre palmi cubici (unità di misura per gli aridi). Ogni tommolo ha due mezzetti, ogni mezzetto ha due quadre; ogni quadra ha sei misure. Ogni misura corrisponde al cubo di mezzo palmo.

(*a*) Si noti che prima della legge del 6 Aprile 1840 usavasi in Napoli il moggio di 900 passi quadrati napoletani (ogni passo di 7 palmi e un terzo). Ogni moggio dividevasi in dieci quarte; ogni quarta in nove none; ogni nona in cinque quinte.

In Puglia usasi ancora comunemente la versura di 3600 passi quadrati pugliesi (ogni passo lineare di 7 palmi). Venti versure formano un carro. La versura non ha aliquota; onde dicesi una versura e mezzo e un terzo ec.

Misure cubiche. Il palmo cubico.

Nella misura delle fabbriche i nostri architetti usano la canna di costumanza ch'è il prodotto di una canna quadrata (di otto palmi) ossia 64 palmi quadrati per due palmi lineari di profondità, che fanno 128 palmi cubici. E poichè la canna cubica antica ha 512 palmi cubici (ossia pal. cub. 128.4), perciò ogni canna di costumanza è la quarta parte della canna cubica antica. E la canna cubica legale, contenendo 1000 palmi cubici, conterrà pure canne di costumanza 7,8 approssimativamente, ed esattamente 128 canne cubiche legali contengono mille canne di costumanza: cosicchè le canne di costumanza si ridurranno a canne cubiche legali moltiplicandole per $\frac{128}{1000}=0,128$; e all' opposto le canne cubiche legali si ridurranno a canne di costumanza moltiplicandole per $\frac{1000}{128}$.

Misure pe' pesi.

Il *rotolo* (1000 trappesi) = chilogr. 0,890997 (unità di peso).
Il *cantajo* che costa di 100 rotoli.

Si noti che il volume di un palmo cubico di acqua distillata (sotto certe condizioni barometriche e termometriche) pesa rot. 20 e 736 trappesi = rot. 20,736.

Si noti pure che si faceva uso in Napoli della libbra suddivisa in 12 once, o 360 trappesi o 7200 acini. Sicchè il rapporto della libbra al rotolo è di $\frac{360}{1000}$ ossia $\frac{36}{100}=\frac{9}{25}$ (II, p. 17).

Si noti ancora che il rotolo equivale a once $33\frac{1}{3}$: e poichè ogni oncia corrisponde a 30 trappesi, i rotoli si ridurranno

ad once, moltiplicandoli per $\frac{1000}{30}=\frac{100}{3}(=33\frac{1}{3})$; e che le once riduconsi a rotoli, moltiplicandole per $\frac{3}{100}$ (*a*).

Monete.

Il *ducato* che comprende 100 grani.... (unità monetaria equivalente a franchi 4,24).

Di alcuni rapporti fra le misure e i pesi.

24. Poichè il rapporto della lib. al rotolo è di $\frac{9}{25}$, ne segue che un numero di libbre e frazioni di esse si ridurrà a rotoli moltiplicandole per $\frac{9}{25}$; e parimente un numero di rotoli e frazioni di rot. si ridurrà a libbre e frazioni di lib. moltiplicandoli per $\frac{25}{9}$.

Si domanda ridurre a rot. e frazioni di rot. 15 lib. 7 once 11 trappesi.

$$15 \text{ lib. } 7 \text{ once } 11 \text{ trap.} = 15\frac{7}{12}+\frac{11}{360}=15\frac{210}{360}+\frac{11}{360}=$$

$$=15\frac{221}{360}=\frac{5621}{360};\ \frac{5621}{360}\cdot\frac{9}{25}=\frac{5621}{25}\cdot\frac{9}{360}=\frac{5621}{25}\cdot\frac{1}{40}=$$

$$=\frac{5621}{1000}=5^{\text{rot}}\frac{621}{1000} \text{ di rot.} = 5 \text{ rot.} + 621 \text{ trappesi.}$$

Volendosi il prezzo, per es., a duc. 0,51 il rot., bisognerà moltiplicare $\frac{5621}{1000}$ per 0,51 e far la divisione.

(*a*) Si noti finalmente che è in uso nel Regno di Napoli la *Decina*, di lino, di canapa, di lana e s'intende con questo nome un peso di 4 rotoli: Siccome pure per *Peso di calce* in pietra (detta volgarmente *pesa*) s'intende un peso di 40 rotoli.

Sia da ridursi a lib. e fraz. 6 rot. $\frac{2}{3}$; sarà

$6\frac{2}{3}^{\text{rot.}}=\frac{20}{3}^{\text{rot.}}$; $\frac{20}{3}\cdot\frac{25}{9}=\frac{500}{27}^{\text{lib.}}=18^{\text{lib.}}\frac{14}{27}$: questa frazione di lib. si moltiplicherà per 12 e fatta la divisione si avranno le once: e se vi resta frazione di oncia, si moltiplicherà per 30 e colla divisione darà i trappesi. Eseguita la calcolazione, si avrà 18 libbre 6 once 6 trappesi e $\frac{1}{2}$.

Volendosi il prezzo si moltiplicherà la frazione di libbre ossia $\frac{500}{27}$ pel prezzo, e si farà la divisione.

Il moggio antico napoletano era un quadrato il cui lato era 30 passi, ossia $30 \cdot 7\frac{1}{3}$ palmi $= 30 \cdot \frac{22}{3}$ palmi $= \frac{30}{3}\, 22$ palmi $= 10 \cdot 22$ palmi $= 220$ palmi. Epperò, moltiplicando 220 per se stesso, il moggio antico era equivalente a 48400 palmi quadrati: e poichè il moggio legale è 10000 palmi quadrati, ne segue che il rapporto del moggio antico al legale è di $\frac{48400}{10000}=\frac{484}{100}=4,84$. Epperò i moggi antichi si ridurranno a legali moltiplicandoli per 4, 84; e all'opposto i moggi legali si ridurranno agli antichi moltiplicandoli per $\frac{100}{484}=\frac{25}{121}$.

Nella riduzione de' moggi antichi a legali, il resto della divisione darà le parti centesime del moggio legale ossia 100 palmi quadrati; ma nella riduzione de' moggi legali ad antichi la frazione risultante, dopo la divisione per avere i moggi, dovrà moltiplicarsi per 10, e fatta la divisione si avranno le quarte; la frazione di queste si ridurrà a none col moltiplicarla per 9; e finalmente si avranno le quinte con moltiplicare la frazione di nona per 5.

Si domanda ridurre 127 moggi legali a moggi antichi e a frazione di questi.

Si moltiplicherà 127 per $\frac{25}{121}$; si avrà $\frac{3175}{121}$=26 mog. $\frac{29}{121}$.

Si moltiplicherà $\frac{29}{121}$ per 10 e si avrà $\frac{290}{121}$ che colla divisione darà 2 quarte col residuo $\frac{48}{121}$: si moltiplicherà $\frac{48}{121}$ per 9; si avrà $\frac{433}{121}$=3 none $\frac{69}{121}$: si moltiplicherà $\frac{69}{121}$ per 5, si avrà $\frac{345}{121}$ poco meno di tre quinte. Adunque 127 moggi legali fanno 26 moggi antichi, 2 quarte, 3 none e 3 quinte.

Volendosi il prezzo si moltiplicherà la frazione di moggio cioè $\frac{3175}{121}$ pel prezzo e si farà la divisione.

La versura pugliese contiene, come abbiamo veduto, 3600 passi quadrati, ciascheduno di 49 palmi quadrati: epperò contiene 176400 palmi quadrati: Sicchè il rapporto della versura pugliese al moggio legale è di $\frac{176400}{10000}=\frac{1764}{100}=17,64$

Sicchè le versure pugliesi divengono moggi legali, moltiplicandole per 17, 64: e i moggi legali divengono versure pugliesi moltiplicandoli per $\frac{100}{1764}=\frac{25}{441}$.

Abbiamo veduto che lo stajo era 10 rot. $\frac{1}{3}=\frac{31^{\text{rot.}}}{3}$. Sicchè le staja si riducono a rot. moltiplicandoli per $\frac{31}{3}$, e le rot. a staja per $\frac{3}{31}$: E le staja si riducono a cantaja moltiplicandoli per $\frac{31}{300}$ e le cantaja a staja per $\frac{300}{31}$.

Il passo napoletano contiene palmi $7\frac{1}{3}=\frac{22}{3}$: la canna antica 8 palmi, la legale 10 palmi. Sicchè il rapporto del passo napoletano alla canna antica è di $\frac{22}{3}$ ad 8, cioè di $\frac{22}{3}$ a $\frac{24}{3}$ ossia di 22 a 24, ch'è espresso da $\frac{22}{24}=\frac{11}{12}$. E il rapporto del passo alla canna legale è di $\frac{22}{3}$ a 10 cioè $\frac{22}{3}:\frac{30}{3}=\frac{22}{30}=\frac{11}{15}$. Epperò i passi napoletani moltiplicati per $\frac{11}{12}$ divengono canne di 8 palmi e moltiplicati per $\frac{11}{15}$ si trasformano in canne legali; e le canne di 8 palmi si trasformano in passi napoletani moltiplicandole per $\frac{12}{11}$; siccome le canne legali moltiplicate per $\frac{15}{11}$ divengono passi napoletani.

Poichè il tomolo è 3 palmi cubici, ne segue che dato un certo numero di tomoli, si ritroverà subito il volume che occupano in palmi cubici, moltiplicandoli per 3; e che all'opposto quando si conoscono i palmi cubici di un vano, si conoscerà pure il numero de' tomoli che questo conterrà, dividendoli per 3. Epperò 100 tom. = 300 palmi cubici; e 40 palmi cubici conterranno 13 tom. $\frac{1}{3}$.

Il mezzo tomolo o mezzetto corrisponde a palmo cubico $1\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$; e poichè la quadra è la quarta parte del tomolo, ogni quadra richiuderà $\frac{3}{4}$ di palmo cubico; ed essendo una misura la ventiquattresima parte di un tomolo, ogni misura

occuperà un volume di $\frac{3}{24}$ di palmo cubico ossia $\frac{1}{8}$ (=$\frac{1}{2}$ pal. lineare innalzato a cubo): sicchè ogni misura corrisponde al volume del cubo di mezzo palmo.

Adunque se si domanda, per es., a qual volume corrisponde un mezzetto più una quadra più 5 misure, si avrà $\frac{3}{2}$ di palmo cubico $+\frac{3}{4}+\frac{5}{8}=\frac{12}{8}+\frac{6}{8}+\frac{5}{8}=\frac{23}{8}=$ palmi cubici $2+\frac{7}{8}$ di palmo cubico; come doveva esser poichè 1 mezzetto + 1 quadra + 5 misure = 1 tomolo — una misura = 3 palmi cubici $-\frac{1}{8}$ di palmo cubico = 2 palmi cubici $+\frac{7}{8}$ di palmo cubico.

Il piede inglese corrisponde a 0metri,3047945; il palmo napoletano a 0metri26455: adunque i piedi inglesi si ridurranno a palmi napoletani, decimi, centesimi ec. di palmo moltiplicandoli per $\frac{3047945{,}00}{2645500}$; e i palmi si ridurranno a piedi inglesi e centesimi di piede, moltiplicandoli per $\frac{2645500{,}00}{3047945}$. Tre piedi inglesi formano un *yard*.

E poichè il piede di Parigi equivale a 0metri,32484; i piedi parigini si ridurranno a palmi nap. e centesimi di palmo, moltiplicandoli per $\frac{32484{,}00}{26455}$; e i palmi si ridurranno a piedi parigini e centesimi di piede, moltiplicandoli per $\frac{26455{,}00}{32484}$.

L' auna in Parigi (per le misure delle tele, panni) equivale a metri 1,18845, e però le aune si ridurranno a palmi moltiplicandole per $\frac{118845}{26455}$, e a canne di 8 palmi per $\frac{118843}{211640}$. Volendole ridurre a canne legali, bisognerà molti-

plicarle per $\frac{118845}{264550}$. Aggiungendo uno o due zeri al numeratore e facendo la divisione, si avranno le parti decime o le centesime.

Abbiamo veduto che il rotolo napoletano equivale a chilogrammi 0,890997; epperò un cantajo nap.=chilogr. 89,0997. Sicchè le rot. si ridurranno a chilogrammi moltiplicandoli per $\frac{890997}{1000000}$, e i chilogrammi a rot. moltiplicandoli per $\frac{1000000}{890997}$; e i chilogrammi si ridurranno a cantaja, rotola ec. moltiplicandoli per $\frac{1000000,00}{89099700}$.

Il ducato nap. equivale a franchi 4,24. Sicchè i ducati napolitani si ridurranno a franchi e centesimi moltiplicandoli per $\frac{424,00}{100}$, e i franchi a ducati nap. e grani, moltiplicandoli per $\frac{100,00}{424}$.

La lira sterlina vale franchi 25,208; e poichè il ducato napoletano vale franchi 4,24; ne segue che le lire sterline si ridurranno a ducati carlini e grana, moltiplicandole per $\frac{25208,00}{4240}$; e i ducati si ridurranno a lire sterline e centesimi, moltiplicandoli per $\frac{4240,00}{25208}$.

Questi pochi esempî basteranno a ridurre un peso, una misura, una specie monetata in un'altra quando si conoscano i rapporti di essi, che per lo più si rilevano da' valori rispettivi dalle differenti specie ragguagliate alle loro omogenee nel sistema metrico francese.

Bisogna notare che, quando si vuole il prezzo di una specie ridotta ad un'altra, bisognerà moltiplicare questa, dopo di

averla ridotta, pel dato prezzo. Così se si domanda il prezzo di 728 aune di tela a duc. 2,05 la canna di otto palmi, si ridurranno prima le aune a canne e poi si moltiplicherà per 2,05. Ecco la forma della calcolazione $728 \cdot \frac{118845}{211640} \cdot 2,05$:

Eseguendo la moltiplicazione di 728 per 118845, e del prodotto che se ne ottiene per 2,05, e dividendo tutto per 211640, si avrà il prezzo desiderato.

Altro esempio più complicato.

A Parigi sono state comprate 827 aune per franchi 5249; quale sarà il prezzo corrispondente della canna napoletana di dieci palmi in ducati?

Si farà così

1° $\frac{5249}{827}$ prezzo di un'auna in franchi.

2° $\frac{5249}{827} \cdot \frac{264550}{118845}$ prezzo di una canna in franchi.

3° Il prodotto precedente moltiplicato per $\frac{100}{424}$ (rapporto del franco al ducato) darà il prezzo di una canna in ducati.

Su di questo modello possono eseguirsi tutte le simili operazioni come si desidera.

Metodo per determinare il peso del volume di una data sostanza.

Il miglior mezzo è quello di servirci del decimetro cubico per unità di volume, poichè il decimetro cubico di acqua distillata ec. pesa un chilogrammo.

In tal caso ridotto a decimetri cubici il volume della sostanza di cui si vuol conoscere il peso, e conosciuta la gravità specifica dalla sostanza medesima, si avrà facilmente il peso in chilogrammi, prendendo tanti chilogrammi moltiplicati per la gravità specifica quanti sono i decimetri cubici.

S'intende per gravità specifica di un corpo il rapporto del peso di questo corpo al peso dell'acqua distillata sotto lo stesso volume, per es. un decimetro cubico, un palmo cubico, ec. Epperò per avere la gravità specifica delle diverse sostanze, si paragona il peso di un decimetro cubico di essa a quelle dell'acqua distillata ec. ch'è un chilogrammo: Così, per es. un decimetro cubico di mercurio pesa chilogrammi 13,598: adunque la gravità specifica del mercurio (cioè rispetto all'acqua distillata) è 13,598. E se si prenda per unità di peso il palmo cubico di acqua distillata che, come sappiamo, è rot. 20 e 736 trappesi, ossia rot. 20,736 (alla maniera de' decimali), il palmo cubico di mercurio peserà tanti rotoli quanto è il prodotto di 13,598 per 20,736. A tal oggetto soggiugneremo il seguente quadro delle gravità specifiche delle sostanze più comuni e usate.

Acqua di mare.......	1,0263	Platino forgiato.....	20,3370
Latte..............	1,0300	Oro forgiato........	19,3617
Vino di Bordeaux...	0,9939	Oro fuso...........	19,2581
Vino di Borgogna...	0,9315	Mercurio a 0°.......	13,5980
Olio di oliva........	0,8153	Piombo fuso........	11,3523
Spirito di vino puro..	0,7920	Argento fuso........	10,4743
Rame in filo........	8,8785	Ottone.............	8,3950
Acciaio............	7,8163	Ferro in barra......	7,7880
Stagno fuso.........	7,2914	Ferro fuso.........	7,2070
Zinco fuso..........	6,8610	Marmo di Carrara...	2,8376
Avorio.............	1,9170	Alabastro..........	1,8740
Quercia............	1,1700	Carbon fossile......	1,3292
Legno di frassino....	0,7450	Legno di faggio.....	0,8520
Legno di tasso.......	0,8070	Legno di olmo......	0,8000
Legno di melo.......	0,7330	Legno di arancio....	0,7050
Legno di abete......	0,6570	Legno di tiglio.....	0,6040
Legno di cipresso....	0,5980	Pioppo bianco di Sp.ª	0,5290
Suvero............	0,2400	Pioppo ordinario....	0,3830

Osservando questa tavola si vedrà che se un certo volume di acqua distillata pesasse 10000 trappesi (10 rotoli), lo stesso volume di acqua di mare peserebbe 10263 trappesi (10 rot. e 263 trap.); di olio di oliva peserebbe 8153 trappesi (8 rot. e 153 trap.); di ferro fuso peserebbe 72070 trappesi (72 rot. 70 trap.); di abete peserebbe 6570 trappesi (6 rot. 570 tr.), ec.

Quindi un palmo cubo di latte peserà tanti rotoli quanto è il prodotto di rot. 20,736 per 1,03; 11 pal. cub. di legno di olmo peseranno tanti rotoli quanto è il prodotto di 11 per 20,736 e per 0,8: e $23\frac{2}{3}$ palmi cubi di marmo di Carrara peseranno tanti rotoli quanto è il prodotto de' tre fattori

$$23\frac{2}{3} \,.\, 20{,}736 \,.\, 2{,}8376 = 23{,}666 \,.\, 20{,}736 \,.\, 2{,}8376.$$

Abbiamo qui recato il peso del vino di Bordeaux, perchè il nostro vino poderoso, ma molto vecchio e depurato, pesa ad un dipresso quanto quello di Bordeaux. Un vino leggiero, come per es. l'asprino di Aversa, il maranello ec. pesa di meno. Infatti la gravità specifica del vino di Borgogna è 0,9315.

Per avere la gravità specifica approssimata di ogni specie di vino o altro liquido, si riempia una bottiglia di acqua distillata e si pesi con una bilancia, quanto più esatta può essere, che dia i trappesi; e supponiamo che il peso ottenuto sia di trappesi 489: di poi si cacci via l'acqua distillata, e, dopo averla ben asciugata, si empia del liquido di cui si vuole la gravità specifica, e si pesi alla stessa bilancia; supponiamo aver trovato trappesi 463; la gravità specifica che si cerca sarà $\frac{463}{489}$ che ridotta a decimali e a parti diecimillesimi sarà 0,9468. Questo metodo è una semplice approssimazione bastante per gli usi ordinarî.

Sappiamo che il barile legale è palmi cub. 2,35648 e che la botte è palmi cub. 28,27776. Dunque, prendendo ad un di-

presso il peso dell'acqua comune eguale a quello dell'acqua distillata, un barile di acqua peserà rotoli $2{,}35648 \cdot 20{,}736 = $ rotoli $48{,}864 = $ rot. 48 e 864 trappesi. Lo stesso peserebbe presso a poco un barile di vino: e moltiplicando questa cifra per 12, si avrà il peso di una botte di vino pari a rot. 586,368 ossia rot. 586 più 368 trappesi, e il doppio sarà il peso del carro.

De' numeri complessi detti denominati.

25. Se i sistemi metrici di tutte le nazioni fossero decimali, non vi sarebbe bisogno della calcolazione de' numeri complessi: ma poichè ciò non è, bisogna conoscere il modo di calcolarli. Nel sistema metrico napoletano abbiamo le misure pel vino e per gli aridi che non sono decimali; epperò ridurremo a queste le calcolazioni.

26. *Somma de' numeri complessi.*

Regola. *Si scriveranno le specie omogenee l'una sotto l'altra e poi si comincerà la somma dalle specie più piccole e si porteranno alla prossima specie maggiore le unità della prossima minore quando queste formano delle unità di quella.*

ESEMPIO.

Siano	15 carri	1 botte	7 barili	28 carafe
	12	0	11	38
	9	1	9	51
	38	0	4	57

Sommate le carafe si hanno 117 caraffe che fanno un barile e rimangono 57 carafe: il 57 si scrive sotto le carafe e l'unità del barile si aggiunga a' barili che seguono immediatamente: Fatta la somma de' barili coll'unità aggiunta, si avranno 28 barili che formano due botti e 4 barili: questi si scriveranno sotto i barili, e si uniranno le due botti alle altre che seguo-

no: la somma delle botti colle due venute da' barili da'4 botti, che formano giusto due carri; onde si scriverà 0 sotto le botti, e i due carri si sommeranno colle cifre de' carri, i quali co' due precedenti daranno 38 carri: Laonde la precedente somma darà 38 carri, 0 botti, 4 barili e 57 caraffe.

27. *Sottrazione de' numeri complessi.*

Regola. *Si comincerà dalle specie più piccole, e da ciascheduna specie del minuendo si toglierà la rispettiva omogenea del sottraendo: e laddove non potrà farsi la sottrazione si ricorrerà alla specie prossimamente maggiore o all' altra che segue immediatamente, se questa mancasse, riducendo una unità della specie maggiore a cui si ricorre in unità di quella da cui non poteva farsi la sottrazione.*

ESEMPIO.

Si debba da 254 tom. 1 mez. 1 quadra 3 misure togliere 37 tom. 0 mez 1 quadra 5 misure. Si scriveranno l'una sotto l'altra le specie omogenee

254 tom.,	1 mez.,	0 quad.	3 mis.
37	0	1	5
217	0	0	4

Da tre misure non possono togliersene cinque; onde non essendovi quadre, si prende un mezzetto che fa due quadre: una quadra si lascia nel luogo delle quadre e l'altra, ridotta a sei misure, si unisce alle tre misure, e si hanno 9 misure dalle quali tolte 5 rimangono 4 misure che si scriveranno sotto le misure. Indi da una quadra tolta una quadra rimane zero che si scriverà sotto le quadre: da zero mezzetti tolto zero resta zero che si scriverà sotto i mezzetti. Finalmente da 254 tomoli tolti 37 rimangono 217; onde il residuo cercato è 217 tomoli, zero mezzetti, zero quadre e 4 misure.

28. ***Moltiplicazione de' numeri complessi per un qualunque numero.***

Regola. *Se si tratta di moltiplicare per un numero qualunque un certo numero di diverse specie di una qualche misura, si farà la moltiplicazione cominciando dalla specie minima e poi riducendo ogni specie alla sua prossimamente maggiore.*

Se poi si tratta di determinare il prezzo di un numero qualunque di specie di una certa unità, si ridurrà tutto a frazione dell'unità a cui si assegna il prezzo, e moltiplicata questa frazione pel richiesto prezzo, si farà la divisione.

ESEMPIO.

Sia da moltiplicarsi 27 carri, 1 botte, 11 barili, 53 caraffe per 263. Si scriverà così

27 carri	1 botte	11 barili	53 car.	
			263	
7358	1	0	19	
2	12	60	789	
257	252	232	1315	
1841	263	263	13939	
526	515	263	193	A
7358	11	3125	139	
	15	62	19	
	1	24		

Si moltiplicherà 53 per 263 e, situato il prodotto in A, si farà la divisione di esso per 60 per cavarne i barili; il quoziente 232 darà i barili contenuti nel detto prodotto, e 'l residuo 19 si scriverà sotto le carafe. I barili 232 che si riportano dovranno unirsi al prodotto di 263 per 11 barili; laonde questo prodotto si scriverà sotto 232 e la somma 3125 si divi-

derà per 12, onde cavarvi tutte le botti che vi sono comprese: Fatta la divisione per 12 si troveranno 252 botti senza residuo: onde si scriverà 0 sotto i barili, e si riporteranno, sotto l'indicazione delle botti, 252 botti. Indi si moltiplicherà 1 botte per 263, e le 263 botti si scriveranno sotto le 252, quoto della precedente divisione: la somma 515 botti si dividerà per 2 onde cavarne i carri 257; il residuo 1 si scriverà sotto le botti, e si riporteranno 257 carri sotto i carri. Finalmente si moltiplicherà 27 carri per 263, e la somma 7358 del prodotto e del numero 257 di carri riportati si scriverà sotto i carri. Epperò l'intero prodotto è 7358 carri, 1 botte e 19 caraffe.

2.° ESEMPIO *per lo prezzo.*

29 carri 1 botte 9 barili 45 caraffe a duc. 32 il carro.

L'unità sarà il carro, epperò le botti sono metà del carro, i barili parti 24^{me}, e le caraffe parti 1440. Sicchè i numeri precedenti si scriveranno così

$29\frac{1}{2}+\frac{9}{24}+\frac{45}{1440}=29\frac{720}{1440}+\frac{540}{1440}+\frac{45}{1440}$ (riducendo allo stesso denominatore per mezzo del multiplice comune 1440) $=29\frac{1305}{1440}=\frac{43065}{1440};\ \frac{43065}{1440}\ .\ 32{,}00=$ duc. 957, facendo la moltiplicazione di 43065 per duc. 32, e indi la divisione per 1440.

Se il prezzo fosse a duc. 16, per es., la botte, i 28 carri si ridurranno a botti, e così la botte sarà l'unità di misura; onde si avranno

59 botti $+\frac{9}{12}+\frac{45}{720}=59\frac{540}{720}+\frac{45}{720}=59\frac{585}{720}=\frac{43065}{720}$. Si moltiplicherà questa frazione per 16,00, e fatta la divisione si avrà il prezzo.

Se il prezzo fosse a barili, tutto si ridurrà a barili, e la sola frazione sarà $\frac{45}{60}$ che sono le 45 caraffe, cioè

$$
\begin{array}{ll}
29 \text{ carri} = 29 \cdot 24 = 696 & \text{barili} \\
\text{una botte} \ldots\ldots\ldots & 12 \\
\text{barili} \ldots\ldots\ldots\ldots & 9 \\
45 \text{ caraffe} = \frac{45}{60} = \frac{3}{4} & \\
\hline
\text{Somma} \ldots \text{ barili } 717\frac{3}{4} &
\end{array}
$$

Sicchè ridotto tutto a barili avremo barili $717\frac{3}{4} = \frac{2871}{4}$;

A duc. 1,50, per es., il barile, si avrà

$$\frac{2871}{4} \cdot 1{,}50 = \frac{4306{,}50}{4} = \text{duc. } 1076{,}62\frac{1}{2}.$$

30. ***Divisione de' numeri complessi per un numero qualunque.***

Regola. ***La divisione comincerà dalla specie maggiore, e'l residuo ridotto alla specie successiva si unirà alle specie omogenee del dividendo per continuarsi la divisione.***

Sia da dividersi 129 carri, 1 botte, 11 barili e 23 caraffe a 27 persone.

$$
\begin{array}{ll}
27 & 129^{\text{cr.}},\ 1^{\text{bot.}},\ 11^{\text{bar.}},\ 23^{\text{cr.}}, \\
\overline{4^{\text{car.}}},\ 1^{\text{bot.}},\ 7^{\text{bar.}},\ 32^{\text{car.}} & 21 = 42 \\
 & \overline{43} \\
 & 16 = 192 \\
 & \overline{203} \\
 & 14 = 840 \\
 & \overline{863}
\end{array}
$$

Si dividerà 129 per 27 e si avranno 4 carri col residuo 21; questo residuo di carro forma 42 botti che si scriverà in corrispondenza ad 1 botte; e sommando si scriverà 43 corri-

spondentemente alle botti; e diviso il 43 per 27, si noterà a destra di 4 carri, 1 botte: moltiplicando 1 per 27 e sottraendo da 43, si avranno 16 botti per residuo; le quali si ridurranno a 192 barili, che si scriveranno in corrispondenza a 11 barili: sommati i barili, si scriverà 203 sotto i barili: questi divisi per 27 daranno 7 barili per quoziente, i quali moltiplicati per 27 e sottraendo il prodotto da 203 si avrà per residuo 14 che ridotto a caraffe daranno 840 caraffe le quali si scriveranno sotto le 23 caraffe: fatta la somma delle caraffe, si avranno 863 caraffe le quali divise per 27 daranno per quoto 32 caraffe con un eccesso di $\frac{1}{27}$. Laonde il quoziente di 129$^{car.}$ 1$^{bot.}$ 11$^{bar.}$ 23$^{car.}$ diviso per 27 è 4$^{car.}$, 1$^{bot.}$, 7$^{bar.}$, 32$^{car.}$.

Dell'elevazione a quadrato e dell'estrazione della radice quadrata.

31. Il quadrato di un numero è il prodotto dello stesso numero moltiplicato per sè stesso. Così i quadrati de' numeri naturali semplici, 1, 2, 3, 4.... sono rispettivamente 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81. Volendosi il quadrato di un numero composto, o si moltiplicherà per se stesso, o pure si decomporrà in due parti e si opererà nel seguente modo.

Sulle prime si osserverà facilmente che il quadrato di un numero diviso in due parti si ottiene *sommando il quadrato della prima parte più il doppio prodotto della prima per la seconda parte più il quadrato della seconda parte.*

In fatti essendo $7 = 5 + 2$; si avrà

quadrato di 5.... 25
doppio 5·2...... 20
quadrato di 2.... 4

Somma....... 49, quanto è appunto il quadrato di 7.

Si vuole per es. il quadrato di 37 si farà $37 = 30 + 7$

quadrato di 30........ 900
doppio 30 · 7.......... 420
quadrato di 7......... 49

Somma o quad. di 37. 1369, che si ottiene pure moltiplicando 37 per 37.

Osserviamo che si possono sopprimere i zeri situati a destra del 9 e del 42, purchè il 9 e 42 restino al loro posto; poichè in questo caso 9 indica 9 unità di centinaja ossia 900, e 42 indica 4 unità di centinaja e 2 unità di decine, ossia 420. Dietro di questa riflessione l'elevazione a quadrato di un numero composto, p. e., 37 si ottiene più semplicemente scrivendo le cifre in modo che quella che si scrive sotto dall'altra abbia l'ultimo carattere ch'esca fuori a destra, nel seguente modo

quadrato di 3..... 9
doppio 3.7....... 42
quadrato di 7..... 49

1369

Si domanda il quadrato di 423. Si farà così

quadrato di 4............ 16
doppio 4.2.............. 16
quadrato di 2............ 4
doppio 42 per 3, ossia 42.6... 252
quadrato di 3............ 9

Somma o quadrato di 423.. 178929, come si avrebbe moltiplicando 423 per 423.

Si domanda il quadrato di 5372

quadrato di 5.	25
doppio 5.3	30
quadrato di 3............	9
doppio 53.7.............	742
quadrato di 7............	49
doppio 537.2 ovvero 537.4...	2148
quadrato di 2............	4
Somma o quadrato di 5372.	28858384, che si avrebbe pure moltiplicando 5372 per 5372.

32. Si voglia estrarre la radice quadrata (detta anche semplicemente radice) dal numero 1369. Si disponga l'operazione come segue

13,69	37	(A)
4 69	67	(B)
0 00		

Si divida in classi di due cifre l'una il numero da cui si vuol estrarre la radice quadrata, come si vede, cominciando dalla destra verso la sinistra, potendo l'ultima classe a sinistra esser composta di una sola cifra. Il quadrato più prossimo inferiore contenuto in 13 è 9 la cui radice è 3, la quale si scriva in (A): di poi il quadrato di 3 si tolga dalla prima classe a dritta cioè dal 13, e si scrive sotto il residuo 4: A destra di questo residuo si scriva la seconda classe 69 dalla quale si distacchi il 6 con un punto. Si raddoppia il 3 e si ponga il 6 in (B). Indi si divida il 46 per 6, e'l quoto 7 si scriva a destra del 6 in (B) e a destra della radice in (A): Si moltiplichi 7 per 67 e 'l prodotto si sottragga dal 469; ed es-

sendo zero il residuo, l'esatta radice di 1369 sarà 37, come doveva essere (n. 31).

ALTRO ESEMPIO.

Sia da estrarsi la radice da 1570009. Ecco l'operazione

```
(C) 1,57,00,09 | 1253  (A)
    57         |--------
    13 00      | 22   )
       75 09   | 245  } (B)
       -----   | 2503 )
       00 00
```

La prima classe a sinistra è 1, la seconda 57, la terza 00, la quarta 09: Sicchè, essendo quattro le classi, la radice sarà di quattro cifre. Ciò posto la radice di 1 è 1 che si scriverà in (*A*); ed elevato 1 a quadrato e sottratto da 1 in (*C*), rimarrà zero: Si abbassi il 5 e si segni il 5: Raddoppiando 1, come vedesi in (*B*) si divide 5 per 2 e 'l quoto 2 si scriverà tanto a destra di 1 in (*A*) che di 2 in (*B*): La cifra 2 in (*A*) si moltiplichi per 22 in (*B*) e sottratto il prodotto 44 da 57; il residuo 13 si scriva sotto al 57: Si abbassi la coppia 00 a destra del 13 e, segnato un sol zero, si divida 130 per 24, doppio di 12 in (*A*) e situato sotto al 22: Il quoziente 5 si segni a destra del 12 in (*A*) e a destra del 24 in (*B*); di poi si moltiplichi il 5 di (*A*) per 245 in (*B*) e sottratto il prodotto da 1300, il residuo 75 si scriva sotto al 1300: Si abbassi a destra del 75 l'ultima classe 09; e segnato il zero con un punto, si divida il 750 per 250 doppio di 125 in (*A*): il quoto 3 si scriva a destra del 125 in (*A*) e di 250 in (*B*): indi il prodotto di 3 in (*A*) per 2503 in (*B*) ossia 7509 si sottragga da 7509: Essendo zero il residuo ne segue che la radice di 1570009 è esattamente 1253.

Accade talvolta che una divisione non possa eseguirsi da

che il divisore è maggiore del dividendo: allora si abbasserà un'altra coppia e si continuerà nello stesso modo.

ESEMPIO.

Sia da estrarsi la radice da 92416. Ecco l'operazione,

9,24,16	304
24 16	604
24 16	
00 00	

Spiegazione. La radice di 9 è 3 il cui quadrato tolto da 9 dà zero per residuo. Si abbassi il 24 segnando 2 che sarà il dividendo il cui divisore è il doppio 3 ossia 6; e non potendosi fare la divisione, si abbassi a destra del 24 l'altra classe 16, ponendo zero a fianco al 3 e al 6. Il nuovo dividendo è 241, in cui il 60 entra 4 volte. Si scriva il 4 a destra del 30 e del 60; e moltiplicato 4 per 604 si avrà per prodotto 2416 che sottratte da 2416, dà per residuo zero; onde la radice esatta di 92416 è 304.

ALTRO ESEMPIO.

Sia da estrarsi la radice da 4012009. Si farà così

4,01,20,09	2003
01 20 09	4003
1 20 09	
0 00 00	

33. Se la radice non potesse estrarsi esattamente e dopo tutte le calcolazioni rimanesse qualche residuo, si approssimerà a parti decime, centesime ec., con aggiungere a destra

del numero una coppia di zeri, due ec. secondo il grado di approssimazione.

ESEMPIO.

Si domanda estrarre la radice da 2 coll' approssimazione a parti millesime. Si scriveranno a destra del 2 tre coppie di zeri così

2,00,00,00	1,414
1 00	24
4 00	281
1 19 00	2824
6 04	

Sicchè la radice di 2 coll' approssimazione a parti millesime è 1,414. Se se ne vuole far la pruova, si elevi a quadrato il 1,414, si avrà 1,999396: aggiuntovi il residuo 604, la somma sarà 2,000000 ch'è appunto il numero da cui si è estratta la radice coll' approssimazione a parti millesime.

34. Si debba estrarre la radice dal decimale 0,00357. Si scriverà così

0,00,35,70	0,059
10 70	109
89	

Spiegazione. Essendo cinque le cifre decimali, l'approssimazione non può essere a meno delle parti millesime, giacchè a parti centesime le cifre decimali dovrebbero esser quattro. Adunque se l'approssimazione sarà a parti millesime si aggiungerà un zero a destra del 7; se sarà a parti diecimillesime si aggiungeranno tre zeri ec. In somma, dovendo essere nella radice tante cifre quante coppie sono nel quadrato, i zeri da aggiungersi saranno tanti quanti bisognano perchè vi

siano tante coppie di decimali quanti zeri debbono essere nel denominatore; due coppie per le parti centesime, tre per le millesime ec.

Approssimandola dunque a parti millesime, si estrarrà la radice da 3570; e poichè si è avuto 59, la radice sarà 0,059 col residuo 89. La pruova si farà come precedentemente.

35. Se la radice si dee estrarre da una frazione; può accadere 1.° che sia quadrato perfetto sì il numeratore che il denominatore: In tal caso si estrarrà la radice da entrambi: Così $\sqrt{\frac{9}{16}}=\frac{3}{4}$: 2.° che sia quadrato perfetto un sol termine della frazione: allora si estrarrà esattamente da questo e per approssimazione dell'altro così $\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{1}{1,414}=\frac{1000}{1414}=$ (n.° 21 pag. 27) $\frac{500}{707}$: 3.° che nè il numeratore nè il denominatore siano quadrati perfetti: In tal caso si ridurrà a quadrato perfetto il denominatore, con moltiplicare i termini della frazione per lo stesso denominatore (n.° 11 pag. 17): Indi si estrarrà la radice con approssimazione dal nuovo numeratore e si dividerà questa pel denominatore ridotto.

ESEMPIO.

Sia da estrarsi la radice da $\frac{5}{7}$; si avrà

$\sqrt{\frac{5}{7}}=\sqrt{\frac{5\cdot7}{7\cdot7}}=\sqrt{\frac{35}{49}}=\frac{\sqrt{35}}{7}$. Si estragga la radice da 35, approssimandola, per es., a parti centesime; si avrà

$\sqrt{35}=5,91$: Laonde sarà $\sqrt{\frac{5}{7}}=\frac{5,91}{7}=\frac{591}{700}$.

Delle ragioni e proporzioni.

36. Quando si paragonano due grandezze omogenee ossia della stessa specie, la prima detta *antecedente* e la seconda *conseguente*, si ha la ragione *aritmetica* se si cerca la loro differenza; e la *geometrica* se si cerca il quoziente dell'antecedente diviso pel conseguente (o inversamente secondo la condizione adottata). Così la ragione aritmetica di 7 a 3 è $7-3=4$ e la geometrica e $\frac{7}{3}=2\frac{1}{3}$. Qui ci occuperemo della sola ragione geometrica. Secondo la definizione la ragione geometrica di due grandezze omogenee è data dal quoziente dell'antecedente diviso pel conseguente: Sicchè se due frazioni saranno eguali, tali saranno pure le rispettive due ragioni: così la ragione di 2 a 3 è eguale a quella di 10 a 15, poichè $\frac{2}{3}=\frac{10}{15}$, come è chiaro moltiplicando i termini della prima frazione per 5.

L'eguaglianza di due ragioni dicesi *proporzione*, e si scrive così $2:3=10:15$ (leggi 2 a 3 come 10 a 5). Il primo e terzo termine, cioè 2 e 10 sono i due antecedenti, epperò omologhi fra loro; il secondo e quarto termine sono i due conseguenti, epperò anche omologhi fra loro.

I termini di una proporzione diconsi primo, secondo, terzo, quarto proporzionale.

La proprietà principale di una proporzione è che il prodotto del primo ed ultimo termine è eguale a quello del secondo e terzo termine.

E in fatti se si abbia la proporzione

$$3:5=6:10,\ \text{sarà}\ 3\cdot10=30,\ \text{e}\ 6\cdot5=30.$$

Epperò il quarto proporzionale è eguale al 2° moltiplicato

pel 3° e tutto diviso pel 1.° Infatti il quarto proporzionale della precedente proporzione cioè

$$10 = \frac{6 \cdot 5}{3} = \frac{30}{3} = 10.$$

Ne' problemi aritmetici che si sciolgono con una proporzione, sono dati sempre i tre primi termini e si cerca il quarto. Perciò per mettere un problema in proporzione bisogna riflettere alle seguenti cose.

Se si considera, per es., il rapporto della quantità di lavoro che in un certo tempo possono fare gli uomini, gli animali, le machine, si vede subito che più uomini, più animali, più machine faranno più lavoro; in tal caso la ragione della quantità di lavoro a quella del numero de' lavoranti dicesi *diretta:*

E *diretta* è pure la ragione delle quantità di lavoro, che farà un certo numero di lavoranti, al tempo che v'impiegano: perchè quanto più tempo essi lavorano, tanta maggiore quantità di lavoro faranno. Per la stessa ragione è diretta la ragione della rendita al capitale impiegato per un certo tempo.

Al contrario quanto più lavoratori s' impiegano per compiere un lavoro, tanto minor tempo c'impiegheranno: epperò la ragione del numero de' lavoratori impiegati a compiere una certa opera è *inversa* del tempo impiegato: Ed *inversa* è pure la ragione delle ore del lavoro giornaliero di un certo numero di lavoratori al tempo necessario a compiere un'opera; poichè quanto maggiore è il numero de' giorni di lavoro, tanto dee esser minore il numero delle ore giornaliere di lavoro. *La ragione diretta* si esprime col rapporto dell'antecedente al conseguente, e la *inversa* si espone con quella del conseguente all'antecedente. Un esempio diluciderà questa teorica.

Si cerca che somma converrà impiegare per aver annui 250 ducati di rendita al 5,50 per 100. Si disporrà subito il problema in un quadro nel seguente modo, scrivendo l'una sotto

l'altra rispettivamente le quantità omogenee, cioè i capitali e gl'interessi.

Capitale che si cerca... x... 250 interesse di detto capit.
Capitale dato.......... 100... 5,50 interesse del cap. 100.

Essendo x il quarto proporzionale sarà un conseguente, il cui antecedente sarà 100.

L'altro conseguente sarà 250 posto sulla stessa linea orizzontale di x; e l'antecedente di 250 sarà 5,50. Sicchè la proporzione che scioglie il problema sarà (*a*)

$$5{,}50 : 250 = 100 : x, \text{ ossia } 5{,}50 : 250{,}00 = 100 : x,$$

$$\text{ossia } 55 : 2500 = 100 : x, \text{ o finalmente } 11 : 500 = 100 : x,$$

$$\text{ed } x = \frac{500 \cdot 100}{11} = \frac{50000}{11} = 4545{,}46.$$

Nello stesso modo si sarebbe ritrovata la rendita che darebbe un capitale quando si conosce l'interesse annuo di duc. 100. Per es. Che rendita darà un capitale di 2578 duc. al 5 per 100?

Rendita... x....... Capitale 2578
Rendita... 5....... Capitale 100
$100 : 2578 = 5 : x = 128{,}90$.. rendita chiesta del cap. 2578.

Come si enuncia il problema, così si scriverà, cioè 2578 in corrispondenza al capitale, e sulla stessa orizzontale la sua rendita x; e così 100 sotto 2578 e 5 in corrispondenza sotto la rendita x.

(*a*) La proporzione è diretta, giacchè come cresce l'interesse, cresce anche il capitale, epperò si paragona ogni antecedente al suo conseguente; cioè l'antecedente 5,50 al suo conseguente 250 come l'antecedente 100 al suo conseguente, e siccome 5,50 sono grani, li 250 ducati si ridurranno anche a grani scrivendo 25,000.

Altro esempio di ragione diretta.

La rendita pubblica corre in piazza al $99\frac{5}{8}$ (cioè $99\frac{5}{8}$ è il capitale necessario ad avere 5 duc. di rendita annua): *che rendita al Gran libro si potrà comprare con 1241 ducati?* Si disporrà così il quadro

Capitale.... $99\frac{5}{8}$... Rendita corrispondente 5 ducati

Capitale.... 1241..... Rendita corrispondente x

Poichè con più capitale si compra più rendita, la ragione è diretta: e poichè x è quarto termine, sarà 5 il terzo; epperò $99\frac{5}{8}$ suo omologo il primo; e 1241, conseguente di $99\frac{5}{8}$ epperò omologo ad x, sarà il secondo: adunque la proporzione che scioglie il problema proposto è

$99\frac{5}{8} : 1241 = 5 : x$; cioè, riducendo a frazione $99\frac{5}{8}$,

$\frac{797}{8} : 1241 = 5 : x$; e moltiplicando i termini della prima ragione per 8 onde fare scomparire le frazioni, si avrà

$$797 : 9928 = 5 : x = \frac{9928 \cdot 5}{797} = \frac{49640}{797} = \text{duc. } 62{,}28.$$

Sicchè il valore di x è duc. 62,28: cioè impiegando un capitale di 1241 duc. a rendita pubblica che corre al $99\frac{5}{8}$ si avrà una rendita annua di ducati 62,28.

Similmente si sarebbe trovato il capitale che dovrebbe impiegarsi per avere una certa rendita pubblica quando si co-

nosce il corso; per es. *Che capitale si richiede per aver 577 ducati di rendita pubblica il cui corso è al* $99\frac{7}{8}$?

Il quadro per la proporzione sarà

Capitale... x........ Rendita 577

Capitale... $99\frac{7}{8}$...... Rendita 5: epperò

$$5 : 577 = 99\frac{7}{8} : x;$$

cioè $5 : 577 = \frac{799}{8} : x = \frac{577 \cdot 799}{5 \cdot 8} = \frac{577 \cdot 799}{40} = 11525{,}57.$

Esempio di ragione inversa.

In quanti giorni sette uomini lavoreranno un campo che tre uomini hanno lavorato in 21 giorni? (*a*)

Si scrivono i giorni l'uno sotto l'altro, come pure gli uomini.

Giorni che si cercano... x pel lavoro di 7 uomini
Giorni.............. 21 impiegati da 3 uomini

La x e quindi 7 sono i due conseguenti; 21 è l'antecedente di x e 3 lo è di 7. Se la ragione fosse diretta si farebbe $3 : 7 = 21 : x$; ma essendo inversa si farà
conseg. 7 al suo anteced. 3 come anteced. 21 al suo conseg. x;
cioè $7 : 3 = 21 : x = \frac{63}{7} = 9$: sicchè 7 uomini v'impiegheranno 9 giorni; il che è chiaro.

I problemucci che abbiamo qui sciolti sono conosciuti generalmente sotto il nome della *regola del tre* diretta o inversa semplice; poichè da tre termini si deduce il quarto.

(*a*) È chiaro che, per lavorare un campo, più uomini impiegheranno minor tempo: epperò la ragione del numero degli uomini al tempo è inversa.

37. ***Della regola del tre composta.***

Quando un problema aritmetico dipende da più rapporti, per es. se una rendita dipende dalla ragione del capitale e del tempo; una quantità di lavoro dalla ragione de' lavoratori e del tempo ec., allora si ha la *regola del tre composta*, e sarà composta da ragioni dirette, o da inverse; o da dirette ed inverse insieme.

Esempio di una ragion composta da due ragioni dirette.

Se un capitale di 250 ducati ha dato la rendita di 100 ducati in 9 anni e mezzo; che rendita darà un capitale di 287 ducati in 25 anni e due terzi?

Capitale	Rendita corrisp.	Tempo corrisp.
250..........	100	$9\frac{1}{2}$ anni
287	x	$25\frac{2}{3}$ anni.

Le due ragioni del capitale e del tempo paragonate a quelle della rendita che si chiede, sono amendue dirette; poichè più capitale dà più rendita e in più tempo si ottiene più rendita da un certo capitale. Adunque si scriveranno i rapporti diretti de' capitali e de' tempi in corrispondenza, i secondi sotto i primi.

$$\left.\begin{matrix} 250 : 287 & \text{(ragion diretta de' capitali)} \\ 9\frac{1}{2} : 25\frac{2}{3} & \text{(ragion diretta del tempo)} \end{matrix}\right\} = \begin{matrix} 100 \\ x \end{matrix}$$

Sulle prime si ridurranno le frazioni facendosi

$$\left.\begin{matrix} 250 : 287 \\ \frac{11}{2} : \frac{77}{3} \end{matrix}\right\} = \begin{matrix} 100 \\ x \end{matrix} \quad \text{; cioè}$$

$$\left.\begin{matrix} 250 : 287 \\ \frac{33}{6} : \frac{154}{6} \end{matrix}\right\} = \begin{matrix} 100 \\ x \end{matrix} \quad \text{; ossia } 250 \cdot 33 : 287 \cdot 154 = 100 : x.$$

Eseguendo le moltiplicazioni degli antecedenti 250 per 33, e de' conseguenti 287 per 154, si avrà

$$8250 : 44198 = 100 : x = \frac{4419800}{8250} = \frac{441980}{825} =$$

$$= \frac{88396}{165} = 535{,}74 \text{, che è la rendita richiesta.}$$

Esempio di un rapporto composto da due ragioni inverse. *Quanti uomini si richiedono per lavorare un campo in tre giorni col lavoro giornaliero di 10 ore al giorno, supponendo che 12 uomini, lavorando 5 ore al giorno, vi abbiamo impiegato 9 giorni.* Ecco il quadro

Uomini che si chiedono x	giorni 3	ore di lavoro 10
12	9	5

Poichè crescendo il numero degli uomini diminuisce il tempo, ne segue che la ragione del numero degli uomini è inversa sì de' giorni che del numero delle ore: Epperò in questo problema la ragione del numero degli uomini che si cerca è composta di due ragioni inverse, di quello di giorni e dell' altra delle ore di lavoro. Or x è conseguente; tali saranno pure i corrispondenti 3, e 10: e la proporzione si stabilirà nel seguente modo

$$\left.\begin{matrix} 3 : 9 \\ 10 : 5 \end{matrix}\right\} = 12 : x; \text{ cioè } \left.\begin{matrix} 1 : 3 \\ 2 : 1 \end{matrix}\right\} = 12 : x \text{, da cui si ha}$$

$$2 \cdot 1 : 3 \cdot 1 = 12 : x, \text{ cioè } 2 : 3 = 12 : x = \frac{36}{2} = 18.$$

E infatti poichè 3 giorni è terza parte di 9 giorni, si richiederebbero per rispetto alla sola ragione de' giorni 3 volte 12 uomini, ossia 36 uomini; ma 10 ore è doppio di 5 ore, adunque bisognerà prendere la metà di 36 uomini, ossia 18 come abbiamo trovato.

Esempio di un rapporto composto da due ragioni, una diretta e l'altra inversa.

Quanti uomini si richiedono per lavorare un campo di 43 $\frac{1}{2}$ moggia in 21 ore, supponendo che 5 uomini abbiano lavorato similmente un campo di 7 moggia $\frac{3}{4}$ in 30 ore?

Scrivendo gli uomini le ore e le moggia, gli uni sotto gli altri e colla corrispondenza enunciata si avrà il seguente quadro.

Uomini che si cercano x	moggia $45\frac{1}{2}$	ore di lavoro 21
5	$7\frac{3}{4}$	30

Poichè più uomini nello stesso tempo lavorano maggior numero di moggia, la ragione del numero degli uomini è diretta di quella del numero delle moggia. E poichè, per lavorare un'estensione qualunque di terreno, un maggior numero di uomini v'impiega minor tempo, la ragione del numero degli uomini è inversa del tempo. E poichè x è conseguente, tali saranno pure $45\frac{1}{2}$ e 21; laddove $7\frac{3}{4}$ e 30 saranno antecedenti che corrispondono all'antecedente 5 col quale sono in una stessa linea orizzontale. Si disporrà dunque la proporzione nel seguente modo

$$\left.\begin{matrix} 7\frac{3}{4} : 45\frac{1}{2} \\ 21 \;:\; 30 \end{matrix}\right\} = 5 : x; \text{ cioè } \left.\begin{matrix} \frac{31}{4} : \frac{91}{2} \\ 21 : 30 \end{matrix}\right\} = 5 : x$$

e riducendo

$$\left.\begin{matrix} \frac{31}{4} : \frac{182}{4} \\ 21 : 30 \end{matrix}\right\} = 5 : x, \text{ cioè } \left.\begin{matrix} 31 : 182 \\ 7 : 10 \end{matrix}\right\} = 5 : x;$$

epperò $7 \cdot 31 : 10 \cdot 182 = 5 : x$, ossia $217 : 1820 = 5 : x =$
$= \frac{5 \cdot 1820}{217} = \frac{9100}{217} = 41 \frac{203}{217}$.

La frazione $\frac{203}{217}$ indica che un altro uomo (oltre i 41 uomini che lavoreranno le moggia $45 \frac{1}{5}$ in 21 ore) dee lavorare sulle moggia $45 \frac{1}{2}$ non già 21 ore ma $\frac{203}{217}$ di 21 ore $= \frac{203.21}{217}$ $= 19$ ore, 6; ossia 19 ore e 36 minuti. Sicchè la frazione $\frac{203}{217}$ di uomini indica nel caso presente il travaglio di un altro uomo per ore $19 + 36$ minuti.

38. ***Della Società commerciale.***

La società commerciale fra due o più persone è un contratto mercè del quale ciascheduno pone in società una somma ad oggetto di fare una o più operazioni commerciali: il lucro e la perdita che si ottiene si dividerà proporzionalmente a'capitali. Quando si tien conto delle sole somme poste in società, dicesi semplice: si dice poi composta quando si ha conto anche di altre circostanze calcolabili.

Società commerciale semplice.

Regola. ***Si dispongano i capitali l'uno sotto l'altro e si sommino; indi si faranno delle proporzioni fra la sudetta somma, il capitale di ciascheduno e il lucro o la perdita; si avrà così il guadagno o la perdita di ognuno de'socî corrispondentemente al capitale da lui somministrato.***

ESEMPIO.

Due negozianti A, B hanno posto in società commerciale, il primo ducati 395, il secondo ducati 723,50; Si è guadagnata

la somma di ducati 97; quanto spetta a ciascheduno? Ecco il quadro della operazione

	Capitale	Lucro
A....	395	97 ducati
B....	723,50	
Somma	1118,50	

Proporzione. $11185 : 3950 = 97$ alla parte di $A = \frac{97 \cdot 3950}{11185}$

$11185 : 7235 = 97$ alla parte di $B = \frac{97 \cdot 7235}{11185}$.

Fatte le operazioni si avrà la parte di *A* e di *B*, e giova farle per esser sicuro di aver ben operato; lo che si conosce allorchè sommate le due parti danno ducati 97: Se vi è qualche differenza per le divisioni, questa non può eccedere un grano.

Società commerciale composta.

A ha posto 720 ducati per 7 mesi; *B* ducati 528 per un anno e 2 mesi: si è fatta una perdita di ducati 105; quanto ha perduto ciascheduno

	Capitale	Tempo	Perdita
A...	720......	7	105
B...	328......	14	

Poichè la ragione di 7 a 14 è 1 a 2, si scriverà 1 in luogo di 7 e 2 in luogo di 14, si avrà

A...	720.....	1;	720.1 = 720
B...	528.....	2;	528.2 = 1056
			1776

Spiegazione. Si moltiplicherà il capitale pel tempo di ognuno, cioè 720 per 1 e 528 per 2; e i prodotti 720 e 1056 si sommeranno, si avrà 1776: indi si farà

$$1776 : 720 = 105 \text{ alla perdita di } A = \frac{720 \cdot 105}{1776}$$

$$1770 : 1056 = 105 \text{ alla perdita di } B = \frac{1056 \cdot 105}{1776}$$

Fatte le operazioni si avrà la perdita di *A* e di *B*.

39. ***Regola di allegazione.***

Problema. Lo stagno si paga 0,52 la libbra, il rame 0,30; *si domanda quanto stagno e quanto rame debbono fondersi insieme perchè una libbra di bronzo costi 0,42*, (si noti che questo valore dee esser medio fra' due valori dati).

Si disporrà l'operazione come qui appresso, ponendo la differenza fra 42 e 30 ossia 12 a fianco a 52; e la differenza fra 42 e 52 ossia 10 a fianco di 30

42 { 52... 12 differenza fra 42 e 30
   { 30... 10 differenza fra 52 e 42

Somma...... 22; dico che $\frac{12}{22}$ ossia $\frac{6}{11}$ di libbra di zinco e $\frac{10}{22}$ ossia $\frac{5}{11}$ di libbra di rame fusi insieme daranno una libbra di bronzo che costerà 0,42.

Infatti $\frac{6}{11}$ di $52 = \frac{3,12}{11}$, e

$\frac{5}{11}$ di $30 = \frac{1,50}{11}$

Somma......... $\frac{4,62}{11} = 42$, come si era proposto.

Per sapere poi che quantità di zinco e di rame si deve prendere, si farà così

$$\frac{6}{11} \text{ di lib.} = \frac{6}{11} \text{ di 12 once} = \frac{72}{11} \text{ di oncia} = 6^{\text{onc.}} \frac{6}{11}$$

$$\frac{5}{11} \text{ di lib.} = \frac{5}{11} \text{ di 12 once} = \frac{60}{11} \text{ di oncia} = 5^{\text{onc.}} \frac{5}{11}$$

Somma.............................. 12 once.

Per sapere quanti trappesi formano $\frac{6}{11}$ di oncia e $\frac{5}{11}$ di oncia, bisognerà moltiplicare per 30 tanto il 6 che il 5, e fare la divisione.

40. *Allegazione di più di due sostanze.*

Con dello zuccaro di 30 ducati il cantajo di 23 ducati e di 21 ducati se ne vuole un cantajo che costi 27 ducati; quanti rotoli di ciascheduna specie bisognerà unire? (Il prezzo della specie che si cerca dee esser minore di uno e maggiore degli altri due).

Si disporrà l'operazione come segue, ponendo per facilitazione il prezzo maggiore in mezzo agli altri due dati

27 { 23.......... 3 differenza di 30 e 27
30... 4 + 6 = 10 somma delle diff. di 27 a 23 e 27 a 21
21.......... 3 differenza di 30 a 27

Somma...... 16

Spiegazione. Si considera che l'allegazione fosse semplice sulle prime fra 30, 23 e 27; e poi fra 30, 21 e 27, e si opererà come sopra, scrivendo solo le due differenze in faccia al 30 ch'è adoprato due volte. Sommate queste due differenze (10) e poi, presa la somma di tutte, si avrà 16; e allora con $\frac{3}{16}$ di cantajo della qualità di 23 ducati, con $\frac{10}{16}$ di quel-

la di 30 ducati e con $\frac{3}{16}$ dell'altra di 21 ducati, sommati insieme, si avrà il prezzo di 27 ducati il cantajo.

$$\text{Infatti } \frac{3}{16} \text{ di } 23 = \frac{69}{16}$$
$$\frac{10}{16} \text{ di } 30 = \frac{300}{16}$$
$$\frac{3}{16} \text{ di } 21 = \frac{63}{16}$$
$$\text{Somma} \ldots\ldots \frac{432}{16} = 27, \text{ come si era chiesto.}$$

Per aver poi le quantità di ciascheduna specie si farà

$$\frac{3}{16} \text{ di } 100 \text{ rotoli } \frac{300}{16} = 18^{\text{rot.}} \frac{12}{16} = 18^{\text{rot.}} \frac{3}{4}$$
$$\frac{10}{16} \text{ di } 100 \text{ rotoli } \frac{1000}{16} = \qquad 62^{\text{rot.}} \frac{1}{2}$$
$$\frac{3}{16} \text{ di } 100 \text{ rotoli} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \; 18^{\text{rot.}} \frac{3}{4}$$
$$\text{Somma} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \; 100 \text{ rotoli.}$$

Adunque le quantità quassù determinate risolvono il problema.

41. *Regola dell'interesse a scalare.*

Si dee pagare una somma con tante altre somme parziali eguali o diseguali, a periodo di tempo costante e con un certo interesse convenuto, il quale diminuisce continuamente a proporzione che si pagano quelle somme parziali. In tal caso la regola aritmetica che determina le quote a pagarsi unendo capitale e interesse, e il tempo necessario al pagamento totale, questa regola dicesi Regola d'interesse a scalare. Un esempio porrà in chiaro la cosa.

Sia da pagarsi la somma di 560 ducati con annui pagamenti di 95 ducati e coll' interesse a scalare del 6 per 100.

Interessi. 1.° anno $100 : 560 = 6 : x = \frac{6 \cdot 56}{10} = \frac{336}{10} = 33,60$

2.° $1000 : 4986\,(a) = 6 : x = \frac{29916}{1000} = 29,92$

3.° $10000 : 43352 = 6 : x = \frac{260112}{10000} = 26,01$

4.° $10000 : 36453 = 6 : x = \frac{218718}{10000} = 21,87$

5.° $1000 : 2911 = 6 : x = \frac{17466}{10000} = 17,47$

6.° $10000 : 21357 = 6 : x = \frac{128142}{10000} = 12,81$

7.° $10000 : 13138 = 6 : x = \frac{78828}{10000} = 7,88$

Capitale primitivo 560 ducati.

		560,00
Pagamenti.	* 1.° pagamento	95,00
	1.° residuo	465,00
	Interesse di ducati 560........	33,60
	Debito dopo il 1.° pagamento...	498,60
	* 2.° pagamento	95,00
	2.° residuo	403,60
	Interesse di ducati 498,6	29,92
	Debito dopo il 2.° pagamento ..	433,52

(a) Vedi quì sotto « debito dopo il 1.°, il 2.° il 3.° ec. pagamento ».

	Riporto	433,52
*	3.° pagamento	95,00
	3.° residuo	338,52
	Interesse di ducati 433,52	26,01
	Debito dopo il 3.° pagamento	364,53
*	4.° pagamento	95,00
	4.° residuo	269,53
	Interesse di ducati 364,53	21,87
	Debito dopo il 4.° pagamento	291,10
*	5.° pagamento	95,00
	5.° residuo	196,10
	Interesse di ducati 291,10	17,47
	Debito dopo il 5.° pagamento	213,57
*	6.° pagamento	95,00
	6.° residuo	118,57
	Interesse di ducati 213,57	12,81
	Debito dopo il 6.° pagamento	131,38
*	7.° pagamento	95,00
	7.° residuo	36,38
	Interesse di ducati 131,38	7,88
*	8.° ed ultimo pagamento	44,26

Somma de' pagamenti fatti sette volte ducati 95 =	665,00
Più ducati	44,26
Somma	709,26
Debito principale	560,00
Pagati di più per interessi in otto anni	149,26

Il problema si porterebbe innanzi colla stessa facilità se le

quote che si pagano ad estinzione del debito fossero ineguali, poichè invece del pagamento costante 95, come nell'esempio precedente, si porrà la quota rispettiva; e tutto il resto andrà nello stesso modo. Eccone un esempio.

Scontare 120 ducati con pagamenti diversi al 7 per 100 ad interesse a scalare. (Le quote de' pagamenti si rilevano nello stesso esempio).

Interessi. 1.° $100 : 120 = 7 : x = \frac{840}{100} = \frac{84}{10} = 8,40$

2.° $1000 : 1044\ (a) = 7 : x = \frac{7308}{1000} = 7,31$

3.° $10000 : 8171 = 7 : x = \frac{57197}{10000} = 5,72$

4.° $10000 : 5143 = 7 : x = \frac{36001}{10000} = 3,60$

5.° $10000 : 2503 = 7 : x = \frac{17521}{10000} = 1,80$

Capitale primitivo 120 ducati.

		120,00
Pagamenti.	* 1.° pagamento	24,00
	1.° residuo	96,00
	Interesse di ducati 120........	8,40
	Debito dopo il 1.° pagamento ..	104,40
	* 2.° pagamento	30,00
	2.° residuo.................	74,40
	Interesse di ducati 104,40.....	7,31
	Debito dopo il 2.° pagamento ..	81,71

(a) Vedi qui appresso « debito dopo il 1.° pagamento, il 2.°, il 3.°, ec. ».

Riporto....................	81,71
* 3.° pagamento..............	36,00
3.° residuo..	45,71
Interesse di ducati 81,71	5,72
Debito dopo il 3.° pagamento..	51,43
* 4.° pagamento..............	30,00
4.° residuo.................	21,43
Interesse di ducati 51,43......	3,60
Debito dopo il 4.° pagamento ..	25,03
Interesse di ducati 25,03	1,80
* 5.° ed ultimo pagamento	26,83

Somma de' pagamenti fatti $24+30+36+30+26,83=$ ducati 146,83; ma il debito principale era 120; adunque per virtù dell'interesse a scalare si è pagato un di più di ducati 26,83. Osservando nel 1.° e 2.° esempio i rispettivi interessi, si vede che gl'interessi vanno sempre più diminuendo, lo che esprimesi colla formola che gl'interessi scalano.

42. Chiuderemo queste prenozioni col seguente problema da servire di modello per gli altri simili.

Si comprano a Londra 97 yard imperiali di una stoffa per lire sterline 203: Si spende per imballaggio $\frac{1}{4}$ per 100: Si paga di nolo e per ogni altra spesa $\frac{3}{4}$ per 100: Si vuole vendere in Napoli la stessa stoffa col guadagno del 12 per 100. quanti ducati dee vendersi ogni canna di 10 palmi?

Prima di tutto diamo i seguenti rapporti.

Il yard corrisponde a metri 0,914333.
La lira sterlina a franchi .. 25,208.
La canna legale a metri... 2,6455.
Il ducato a franchi .... 4,24.

metro, come *AB* (Fig. *a*), e divide il cerchio in due semicerchi. Ogni altra retta, detta *corda*, dividerà il cerchio in due parti diseguali dette *segmenti* o *porzioni di cerchio*. Le due parti diseguali della circonferenza si dicono *archi*. La superficie circolare racchiusa fra due raggi e l'arco compreso fra essi dicesi *settore circolare:* e la superficie compresa fra l'arco e la sua corda dicesi *segmento circolare*.

La circonferenza circolare si divide in 360 gradi: ogni grado in 60 minuti primi; ogni primo in 60 secondi ec. I gradi primi e secondi si notano nel seguente modo $65°, 53', 49''$; cioè 65 gradi, 53 primi e 49 secondi. Ne' libri moderni è in uso la divisione centigrada, secondo la quale la circonferenza del cerchio è divisa in 400 gradi; ogni grado in cento primi; ogni primo in cento secondi ec. Secondo questa divisione decimale l'unità angolare è l'angolo retto ossia il quadrante; onde un'espressione $1^q, 370987$ può leggersi alla maniera de' decimali, cioè un quadrante e 370987 milionesimi, o pure 137 gradi 9 primi e 87 secondi.

XIV. Una figura terminata da cinque lati dicesi *pentagono;* se è da sei, *esagono* ec. e tutte poi vanno sotto il nome generale di *poligono*.

XV. Chiamasi *ellisse* una superficie chiusa (della forma presso a poco della fig. 42, supponendola chiusa sopra e sotto) che ha due *assi*, uno detto *maggiore* nella direzione di *om* e l'altra *minore AD*, i quali si segano ad angolo retto nel centro *h*. Al di sopra e al di sotto del centro e ad uguale distanza da esso sono due punti detti *fuochi*, tali che la distanza di questi punti dagli estremi *A* o *D* dell'asse minore è eguale al semiasse maggiore.

XVI. Noi possiamo indicare una retta con una lettera a, una superficie con a^2, un corpo con a^3. In tal caso un'espressione $a.b$ o semplicemente ab si leggerà a moltiplicato per b ossia il rettangolo di a e b; $a(b+c)$ si leggerà a moltiplicato per la somma di b e c; $a.b.c = abc$ si leggerà a moltiplicato

che si ha moltiplicando 97 per 9143 e 'l prodotto per 4240. Terminata la divisione, debbono dal quoto separarsi le due prime cifre decimali colla regola data nell' ultimo paragrafo della teorica de'decimali: si avrà il prezzo di una canna in ducati carlini e grana.

Si noti pure che, essendo la lira sterlina una moneta di gran valore, abbiamo perciò conservato nel decimale di lire sterline (229,6336) le parti diecimillesime; onde nella successiva moltiplicazione la quantità che si trascura sia minore.

Si noti pure che la *lira sterlina* si divide in 20 *scellini* ed ogni scellino in 12 *pence*.

43. Soggiungeremo alcune notizie intorno a qualche moneta estera e al modo di ridurla a ducati napolitani; e reciprocamente. (Vedi paragrafo 24 pag. 34 , 35 ec.).

Il rublo di argento corre in Russia a franchi 3,45 e 'l rublo in carta a franchi 1,13. E poichè il ducato napolitano corrisponde a franchi 4,24, ne segue che il rapporto del rublo di argento al ducato è $\frac{345}{424}$; e il rapporto del rublo in carta al ducato è $\frac{113}{424}$. Sicchè un rublo di argento corrisponde a $\frac{345}{424}$ di duc. = duc. 0,81»3; e un ducato corrisponde a rubli di argento 1,23. E parimente un rublo in carta corrisponde a ducati 0,26»6. Dovendo però ridurre una somma di ducati a rubli di argento, bisognerà moltiplicarla per $\frac{424}{345}$, e non per 1,23; e per l'opposto un somma di rubli di argento si ridurrà a ducati moltiplicandola per $\frac{345}{424}$, e non per 0,81»3.

Una piastra turca, di 40 *parà*, corrisponde a franchi 0,68»33: adunque il rapporto della piastra turca al ducato è $\frac{6833}{42400}$;

volte sulla retta *AB*; e se si vuole che ciascheduna di queste divisioni dinoti, per es., dieci canne legali, si scriva 0 su di una estremità *A* della stessa, e sopra le altre divisioni successive, 10, 20..., e 100 all'altra estremità *B*. Di poi la prima divisione *AC* si suddivida in 10 parti eguali *cq*, *qn*... ciascheduna delle quali sarà una canna. In tal modo si potrà prendere sulla detta scala un numero qualunque di canne. Così, se una punta del compasso si porrà sulla divisione 30, e l'altra sul punto *q*, l'estensione corrispondente sul terreno sarà di 21 canne; e se siasi presa sul terreno una lunghezza di 52 canne, si porrà una punta del compasso in 60, e l'altra in *n*, per averne la corrispondente sulla scala.

Se mai si volesse una scala di passi ragguagliata in palmi, conoscendosi che il passo napoletano è palmi $7 \frac{1}{3}$, si farà la costruzione indicata nella (Fig. 2 n. 2); proccurando dividere *AC*, *AD* in 22 parti eguali. In tal modo se una delle parti di *AD*, o *AC* rappresenta un terzo di palmo, la *AD* o *AC* rappresenterà $\frac{22}{3}$ di palmo ossia un passo. E le parti proporzionali saranno comprese, per es., fra *CE* al lato prossimo a *C*.

6. Trattandosi di divisioni decimali, com'è la canna legale (Fig. 2 n. 3), se *AC*, *AD* rappresentano una canna; divisa *AC* in 10 parti eguali, ogni parte di essa rappresenterà un palmo; e divisa *AD* perpendicolare ad *AC* anche in 10 parti eguali, le parti interposte tra *CE*, *C*, rappresenteranno, $\frac{1}{10}$ di palmo quella che corrisponde ad 1; $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{10}$... le altre corrispondenti a'numeri 2, 3. .; cosicchè con questa scala possono aversi le canne, i palmi e le parti decime del palmo, e generalmente le parti decime centesime di qualunque lunghezza scelta ad unità di misura lineare.

7. (Fig. 2 n. 1). Se *AB*, che supporremo la scala di 100 passi, fosse lunga otto once (due terzi del palmo antico) ossia 40 minuti di palmo, ognuna delle divisioni *Ac* sarà 4 minuti. E poichè 8 once esprimono 100 passi antichi, un palmo della scala esprimerà 150 passi, ed un'oncia 12 passi $\frac{1}{2}$.

Servendoci della canna decimale, se *AB* è di mezzo palmo, allora la lunghezza di mezzo palmo rappresenterà 100 canne del terreno; epperò un palmo corrisponderà a 200 canne, e la decima parte di un palmo a 20 canne.

Degli strumenti agrimensori.

8. Gl'istrumenti, de'quali faremo uso in questa instituzioncella di Agrimensura sono i seguenti. *Un semicerchio da tavolino* (Fig. *a*): *Una squadra* (Fig. *b*): *Il compasso : La regola* (Fig. *m*): *L'archipensolo* (Fig. 4), o la *livella a bolla d'aria* (Fig. 8): *La squadra agrimensoria* (Fig. *c* e Fig. *d*), o il *pantometro* (Fig. *e*): *Una catena di* 10 o 5 canne (Fig. 3): o il *nastro graduato;* e de'*segnali*. Da ultimo una *livella ad acqua*, *e l'asta di mira*. Descriveremo qui la squadra, il semicerchio, la squadra agrimensoria, la catena, il nastro graduato, i segnali e l'archipensolo, la *livella* e *l'asta di mira*, poichè la regola e il compasso sono a tutti noti.

9. (Fig. *a*). Il semicerchio da tavolino è un mezzocerchio *ACB* di ottone o di talco il quale, essendo trasparente, permette allorchè se ne fa uso, di vedere le linee degli angoli su'quali si applica. La sua circonferenza esterna *ACB* è divisa in gradi, da 0 a 180, e la interna *acb* presenta le divisioni da 5 a 5 gradi, o da 10 in 10, in modo che queste divisioni corrispondono a quelle di 5, 10... gradi della circonferenza esterna: e se la prima comincia con zero e termina a 180°, la seconda principia da 180° e termina a zero, da opposta banda.

Si fa uso di questo semicerchio tanto per misurare gli angoli in una pianta geometrica, quanto per formare sulla carta degli angoli di un certo numero di gradi. Per misurare un dato angolo *AON* si pone il centro *O* del semicerchio al vertice *O* dell'angolo dato, e si faccia combaciare il raggio *O* a *A* del semicerchio con un lato *OA* del dato angolo; l'altro lato

ON cadrà sopra una divisione qualunque della semicirconferenza (nella nostra fig.ª cade sulla divisione 40ª). Sicchè l'angolo *AON* sarà di 40 gradi approssimativamente. Nello stesso modo se al punto *O* della retta *AO* si vuol fare un dato angolo, per es. un angolo di 40 gradi, si farà combaciare il raggio *O* a *A* col lato *OA*, e'l centro del cerchio coll'estremo *O* del lato *OA*; di poi si segnerà il punto corrispondente alla divisione 40.º Si unirà colla riga il punto *O* col punto 40, e si tirerà la *O*40, la quale farà con *OA* l'angolo *AON* di 40 gradi, come si desiderava.

10. (Fig. *b*.) La squadra è una specie di triangolo rettangolo *baC* di legno, o di ottone (in effetto è un prisma triangolare, la cui altezza è di uno o di due decimi di palmo), di cui si fa uso per situare due righe *a'b'*, *a'C'* ad angolo retto, o per assicurarci ch'esse fanno un angolo retto. Nel primo caso si dispongono le righe in modo che una di esse *aC* combaci con *a'C'*, e l'altra *ab* con *a'b'*. Quando poi vogliamo assicurarci che l'angolo *C'a'b'* è retto, si pone la squadra sopra il piano *C'a'b'*, e si osserva se, ponendo il punto *a* sopra l'altro *a'*, *ab* cade sopra *a'b'*, ed *aC* sopra *a'C'*. Quando queste condizioni si verificano l'angolo *b'a'C'* è retto.

(Fig. 12). Possiamo servirci della squadra per tirare da un punto *A* preso su di una retta *AC* o per abbassare da un punto esterno *B* una perpendicolare su di *AC*. A tal uopo basterà situare la squadra (Fig. *b*) in modo che il punto *a* cada su di *A* e *ab* su di *AC;* tirando una retta lungo *aC*, sarà questa la perpendicolare innalzata da *A* su di *AB:* E per abbassarla situeremo un punto della *aC* su di *B*, e *ab* su di *AC;* tirando una retta lungo *Ca*, sarà questa la perpendicolare che si cerca.

(Fig. *b*) Se facciamo scorrere la squadra *aCb* nel piano *Cab*, finchè giunga in un'altra posizione *a'C'b'* col solo movimento progressivo verso dritta o sinistra; e poi si tiri una retta lungo il taglio *C'b'* della squadra, avremo *C'b'* parallela a *Cb*.

11. (Fig. *c* e *d*). La squadra agrimensoria è ordinariamente

un cerchio di ottone (Fig. *c*), di circa cinque pollici di diametro; ed è diviso in quattro parti eguali da due diametri che si tagliano ad angolo retto. All'estremità di questi si elevano perpendicolarmente al piano del cerchio quattro traguardi fermati per mezzo di viti. De' traguardi situati all' estremità di uno stesso diametro, uno ha una fenditura verticale al di sopra, la quale termina con un'apertura al di sotto; e l'opposto ha la fenditura in basso e l'apertura al di sopra. Le fenditure sono traversate da sopra in basso e nel loro mezzo da un crine o da una finissima corda di ottone: in guisachè la retta che corre dal punto medio di una apertura al corrispondente punto della predetta corda rappresenta il raggio visuale.

(Fig. *d*). Suole anche formarsi la squadra agrimensoria come un cilindro di ottone di circa tre pollici di diametro, vôto al di dentro, ed avente sulla sua superficie quattro fenditure longitudinali nella direzione di due diametri perpendicolari, che formano la direzione delle visuali.

Tanto nel cerchio che nel cilindro sogliono segnarsi tra le fenditure predette, e ad egual distanza da esse, quattro altre fenditure verticali più brevi le quali sono distanti dalle prime per 45 gradi. Ed essendo le prime distanti tra loro per 90 gradi, chiameremo queste, linee de' quadranti le quali danno delle visuali inclinate ad angolo retto; siccome chiameremo le linee più brevi ed intermedie tra le prime, linee de' semiquadranti, poichè le visuali dirette per esse s' inclinano alle visuali contigue lungo le linee opposte de' quadranti per 45 gradi. La macchina è situata sopra un sostegno a tre piedi, sotto al quale è un *crocco* che corrisponde perpendicolarmente al centro della base della squadra. Da questo *crocco* scende un filo a piombo, per segnare sul terreno il punto che corrisponde al centro dell' istrumento (*a*).

(*a*) (Fig. *e*). La squadra agrimensoria è stata perfezionata in questi nostri tempi da M. Fouquier, che l' ha resa atta a misurare non solamente

Invece del tre piedi, si usa pure un bastone con punta di ferro acuminata che si conficca nel terreno. La punta di ferro dee corrispondere vertilcalmente al centro della squadra, la quale situasi sulla parte superiore del bastone.

In mancanza di una squadra, questa può *provvisoriamente* esser rimpiazzata da una tavoletta di circa mezzo palmo quadrato, o anche rettangolare, e da otto aghi, quattro più alti e quattro più bassi. Descritto sopra la tavoletta un cerchio; e tirati due diametri perpendicolari, gli aghi più alti si conficcheranno perpendicolarmente a' quattro estremi de' due predetti diametri; e la visuale diretta da uno di questi aghi all'opposto sarà ad angolo retto con quella degli altri due opposti: Divisi poi i quattro quadranti per metà, i quattro aghi più corti si conficcheranno verticalmente a' punti medii de' detti quadranti. Ed allora i raggi visuali che si dirigeran-

degli angoli retti e semiretti, ma anche un angolo qualunque coll'approssimazione di un quarto di grado, bastante nelle operazioni dell'agrimensura. Egli le ha dato il nome di *pantometro*, parola che suona *misuratore di tutto*, e che in effetto si riferisce alla misura di ogni angolo. Il perfezionamento consiste nelle seguenti modificazioni. Il cilindro è diviso in due altri eguali (Fig. *e*) posti l'uno sull'altro. Il mezzo cilindro inferiore rimane fisso sul tre piedi o sul bastone conficcato nel suolo, e la sua circonferenza superiore è divisa in 360 gradi; ed ha anche due fenditure verticali e diametralmente opposte. Il mezzo cilindro superiore porta un nonio sulla sua circonferenza inferiore, la quale può girare intorno alla prima circonferenza appartenente al semicilindro fisso; ed ha anche due fenditure verticali come le squadre comuni. Si adatterà il principio del nonio (detto linea di fede) sul zero della circonferenza graduata. Indi col movimento di tutto il cilindro intorno al suo perno si traguarderà uno degli oggetti da osservarsi. Movendo poi il semicilindro superiore, si porterà l'altro oggetto sulla visuale che passa per le sue fenditure; l'arco descritto dalla linea di fede è l'angolo de' due oggetti osservati. Sulla base superiore del semicilindro di sopra suole anche costruirsi una bussola per orientare la pianta, e per levare gli oggetti che gli ostacoli impediscono di vedere, le strade tortuose, il corso di un fiume ec. Infine vi è fissata una piccola livella a bolla di aria, affinchè l'asse sia piantato, quanto più si può, verticalmente.

no per l'estremità degli aghi opposti più corti incontreranno le prime rispettivamente sotto l'angolo di 45 gradi.

12. (Fig. 3). *La catena per l'agrimensura* (*a*) può essere lunga dieci o anche cinque canne (50 palmi decimali). Questa catena dee esser formata da grossi anelli bislunghi di ferro, uniti a due a due da un anello circolare parimente di ferro. Tra gli estremi di due anelli circolari consecutivi debbe esservi la distanza di un palmo. Trattandosi della catena di passi, dopo sette anelli bislunghi co'corrispondenti circolari di ferro, che danno la lunghezza di sette palmi, si porrà un anello di ottone di un terzo di palmo di diametro; cosicchè la lunghezza de' sette precedenti con quest' ultimo formi giusto un passo. Trattandosi poi della catena di canne decimali, gli anelli bislunghi uniti a due a due cogli anelli circolari saranno dieci, e dopo ogni numero dieci di essi seguirà un anello di ottone o di bronzo, in modo che la distanza estrema di due anelli di ottone consecutivi sia di dieci palmi o sia una canna. Questa catena terminerà con due maniglie parimente di ottone o di bronzo, che faranno parte della lunghezza dell' intera catena.

Oltre di questa catena si richiede benanche una riga *m* ben doppia, di abete o di ottone, lunga tre o quattro palmi; e divisa, per comodità delle calcolazioni, in palmi e 'l primo di questi in dieci parti eguali. Quando ciocchè rimane, dopo aver portata la catena più volte sopra una certa lunghezza, è minore della catena medesima, si prenderà la misura di questa parte residua per mezzo della descritta riga, per cui

(*a*) Taluni agrimensori usano un gran compasso di legno con punte di ferro, il quale si apre di tanto, quanto è l'unità lineare adottata, come il passo, la canna ecc.; la quale apertura rimane assicurata da una bacchetta di ferro posta tra le sue gambe. In Puglia è comunemente in uso, per cui gli agrimensori hanno nome di *Compassatori*. Bisogna però avvertire che il compasso è uno strumento difettosissimo, che converrebbe del tutto eliminare dall' agrimensura.

si avranno le canne ed i palmi colle parti decime di essi. Ogni catena debbe essere fornita di un certo numero di *marche* o *pivoli* di ferro acuminati, detti anche *mastii*, *r*, i quali si conficcano sul terreno per indicare la lunghezza di una intera catena; e dieci mastii ossia 10 catene (che formano 100, o 50 canne) hanno nome di *portata*. Tutti questi mezzi e questi nomi sono tanti segni per lo registro che dee formarsi l'agrimensore sullo stesso terreno che egli misura.

Il nastro graduato è una fettuccia larga un dito, ben fitta ed inestensibile quanto più si può: essa è divisa in canne o palmi co'segni della divisione e co' numeri a fianco che ne indicano la quantità. Essa è ravvolta attorno ad un manubrietto ed è riposto nella cavità di una scatola circolare ove il manubrio è fisso, intorno al quale è ravvolto il nastro fermatovi prima per una delle sue estremità. Il nastro si svolge, per quella lunghezza che si vuole, traendolo per un anello attaccato all'altro suo estremo; e rivolgendo la scatola per la parte opposta, il nastro si ravvolge di nuovo intorno al predetto manubrio.

13. (Fig. *m*). I *segnali* o *picchetti* sono de' bastoni dritti, della lunghezza di 4 o 5 palmi circa, de'quali una estremità è fornita di una punta di ferro, che si conficca verticalmente nel terreno; e l'altra estremità è spaccata per ricevere un piccolo quadrato di latta coperta da vernice colorata, la metà orizzontale in bianco e l'altra metà in nero, in modo che l'agrimensore possa dirigere il raggio visuale sulla retta orizzontale che separa il bianco dal nero.

14. *Dell'Archipensolo* (Fig. 4). Sopra una riga *LMNA* sono disposte ad angolo due altre righe eguali *CA*, *CB*. Tra queste stesse righe è situato un arco graduato *mnqr*, di legno o anche meglio di metallo, il centro del quale cada nel punto *C* vertice dell'angolo. Di più un piombino *CP* è sospeso al punto *C*: ed il filo *CP* che lo sostiene, quando la riga *AB* è orizzontale, divide per metà l'arco *nq*, e cade sopra un tratto *p*

segnato sulla metà della riga *AB*: ma quando la riga *MNAL* è in una posizione inclinata all'orizzonte di un certo angolo *BCD*, il piombino prenderà la situazione *CH* perpendicolare all'orizzonte *DC*, e l'arco ch'è tra i fili *CH*, *CP* ossia l'angolo *HCP* sarà eguale all'angolo *BCD*. Questa macchina è conosciuta sotto il nome di *livello a perpendicolo* o di *archipensolo*. Per maggior esattezza ogni grado dell'arco intercetto tra' lati *CA*, *CB*, è suddiviso in tre o quattro parti eguali e anche più, secondo la maggiore o minore estensione dell'arco.

15. *Della livella a bolla d'aria* (Fig. 8). Il mezzo più semplice per orizzontare un piano è quello di far uso della *livella a bolla di aria*. E questa una riga di ottone *AB* lunga circa mezzo palmo e larga circa un decimo di palmo. Sopra di essa è situata una capsula *mn* di ottone che racchiude un cilindretto di cristallo quasi pieno di spirito di vino. Nel mezzo di essa vedesi un segno 0, e quando la bolla di aria rimasta nella caraffinetta corrisponde al punto 0, allora la *AB* è orizzontale.

16. 1.° La *livella ad acqua* consiste in un cilindro di latta inverniciata lungo circa tre palmi, situato orizzontalmente e piegato alle due estremità ad angolo retto, affine di ricevervi due tubi aperti di cristallo di egual volume. Il cilindro è situato pel suo mezzo in una posizione orizzontale su di un asse verticale incastrato su di un piede a tre gambe, onde possa girare per tutt'i versi. E con questa macchina può traguardarsi alla distanza di 20 a 30 a 40 canne e più ancora, secondo la vista dell'osservatore. Quando se ne vuole far uso, si disporrà il cilindro sul tre piede in situazione orizzontale, e si verserà dell'acqua tinta a rosso, o del vino per uno de' tubi: il liquido traverserà il cilindro, finchè in amendue i tubi si eleverà circa un terzo della loro altezza. Si dirigerà un raggio visuale tangente alla superficie esterna e superiore dell'acqua ne' tubi, il quale raggio sarà orizzontale e identico

all'altro raggio che dall'altro tubo si dirigerà al primo nello stesso modo.

2.° In mancanza potrà anche farsi uso di un tratto capillare ed orizzontale praticato su di una lastra di latta che si situerà verticalmente sul piede della squadra diposta in situazione verticale. Ma questo mezzo riesce inesatto, ed esige molta attenzione.

3.° L'*asta di mira* è formata da una doppia riga di abete o di noce, di circa otto palmi; e sono disposte in modo le righe che una possa scorrere dentro l'altra. La riga esterna potrà esser divisa in decimi di palmo e ogni decimo in cinque parti eguali. In cima alla riga mobile sta fisso un foglio di latta tinto orizzontalmente mezzo a nero e mezzo a bianco; e'l raggio visuale si dirigerà sulla linea di divisione che separa il nero dal bianco. Se il raggio visuale incontrerà l'asta di mira, quando la riga interna si è elevato di n palmi, l'intervallo che separa il punto del terreno, ove poggia l'asta di mira, dalla linea di divisione sarà $8+n$ palmi, supponendo la riga esterna di 8 palmi precisi.

TEOREMI CHE DEE CONOSCERE UN AGRIMENSORE.

17. La superficie di un rettangolo (e generalmente quella di un parallelogrammo) è eguale a tante unità quadrate quanto è il prodotto delle unità lineari che contiene la base per quelle che comprende l'altezza.

Così se un lato di un rettangolo è 300 passi, ed un altro di 900, la superficie del rettangolo sarà $300.900=270000$ passi quadrati, che divisi per 900 formano 300 moggia napolitane antiche. E se que' passi fossero palmi, si avrebbero 270000 palmi quadrati che divisi per 10000 darebbero 27 moggia legali.

18. La superficie di un triangolo è eguale a tante unità quadrate, quanto è la metà del prodotto delle unità lineari che comprende la sua base per quelle che si contengono nella sua altezza. E se il triangolo è rettangolo, basterà moltiplicare i due lati perpendicolari e prenderne la metà.

19. Il quadrato fatto sull'ipotenusa è eguale alla somma de' quadrati fatti su' cateti. Epperò se i cateti sono rappresentati da 3 e 4, l'ipotenusa sarà 5, poichè $9+16=25$ quadrato di 5.

20. La superficie di un trapezio è eguale a tante unità quadrate quante sono le unità lineari della somma delle basi parallele moltiplicate per la metà della loro distanza, o questa distanza moltiplicata per la semisomma delle basi parallele.

(Fig. 5 n. 1). Così se è $AB=$ can. 523,9, $CD=720,3$, e la perpendicolare AO fra esse $=240,7$; sommando $AB+CD$, si avrà can. 1244,2, la cui metà è 622,1. Sicchè la superficie del trapezio $ABCD$ sarà eguale a tante canne quadrate, quanto è il prodotto di 622,1 per 240,7; ossia sarà eguale a canne quadrate 149739,47, le quali divise per 100 daranno moggia legali 1497,3947. Se questi stessi numeri indicassero passi e parti decime del passo, si avrebbero passi quadrati 149739,47; i quali divisi per 900, darebbero moggia antiche 166,38, ossia 166 mog., 3 quarte, 7 none ed 1 quinta.

21. (Fig. 5 n. 2). La superficie di un poligono $ABCED$ si ottiene, decomponendolo in triangoli, trapezii ec. con delle rette tirate nel suo interno, e prendendo la somma delle superficie parziali de' triangoli, de' trapezii ec.

Così il poligono $ABCED$ potrà decomporsi in triangoli con delle rette DB, DC tirate dal vertice D di uno de' suoi angoli a' vertici degli altri. Allora, abbassando le perpendicolari AP, Em, Bn rispettivamente sopra BD e DC, la superficie del predetto poligono sarà eguale a $\frac{BD.AP}{2}+\frac{DC}{2}(Bn+Em)$;

poichè i due triangoli ***CBD***, ***DEC*** hanno la base ***DC*** di commune (*a*).

(Fig. 6). Se si trattasse del poligono ***HLKp***, in cui ***HL***, ***pK*** fossero rette o poco ne differissero, potrà dividersi in tanti trapezii $Hpp'q$, $qp'p''q'$ ec. a basi parallele, procurando ravvicinare, quanto più si può, le basi parallele, quando ***HL***, ***pK*** hanno maggiore curvatura.

(Fig. 6). Quando le linee ***HqL***, ***pp'K*** che terminano il poligono sono molto curve, come sogliono essere ordinariamente le superficie agrarie, si procurerà di dividerli in un numero pari di trapezii rettangolari, pq, $p'q'$, $p''q''$ ...., in modo che una stessa retta h sia la distanza de' lati paralleli m', m'', m''', m^{iv}... Allora la superficie dei poligoni ***MHLN***, ***MNKp***, si otterrà più facilmente per mezzo del seguente teorema del Simpson: ***La superficie formata da un numero pari di trapezii rettangolari e curvilinei si ottiene moltiplicando per*** $\frac{2}{3}h$ ***la semisomma de' lati estremi*** $\frac{m'+m^{(n)}}{2}$, ***insieme colla somma de' lati intermedii*** $m''+m'''\ldots+m^{viii}+m^{(n-1)}$ ***ed insieme colla somma de' lati che occupano un rango pari***

$$m''+m^{iv}+m^{vi}+m^{viii}.$$

La formola è

$$MHLN=\frac{2}{3}h\left(\frac{(m'+m^{(n)})}{2}+(m''+m'''\ldots+m^{(n-1)})+(m''+m^{iv}\ldots+m^{(n-1)})\right)$$

Ed è chiaro che m dee esser dispari, affinchè il numero de' trapezii sia pari, secondo l'ipotesi. Così ancora potrà calcolarsi ***MpKN***; per cui il teorema darà la superficie ***HLKp***.

22. (Fig. 18). Il poligono ***ABCDEFGK*** è diviso ne' triangoli ***APB***, ***AQK***, ***DME***, ***ELF***; e ne' trapezii a basi parallele, ***BPSC***, ***CSMD***, ***IGFL***, ***IGHR***, ***RHKQ***.

(*a*) Nel dividere il poligono in triangoli, gioverà tirare le rette in modo che una stessa retta ***CD*** sia la base comune di due triangoli ***CBD***, ***CED***, abbassandovi le perpendicolari *Bn*, *Em*.

23. La superficie di un cerchio è eguale a tante unità quadrate, quanto è il prodotto delle unità quadrate che sono nel quadrato del suo raggio per $\frac{22}{7}$, o per 3,14159. La formola del cerchio è $\frac{22}{7} r^2 = 3,14159 . r^2$, in cui r è il raggio del cerchio.

Esempio. Dovendosi indorare un disco o pure una tavola circolare del diametro di palmi 7,7. Si domanda 1.° la superficie in palmi quadrati; 2.° il prezzo a ducati 2,40 il palmo quadrato.

Soluzione. Essendo il diametro 7,7 sarà r = pal. 3,85; epperò sarà r^2 = palmi quadrati 14,8225. E quindi sarà $3,14159 . r^2 = 3,14159 . 14,8225 = 46,566217775$ = palmi quadrati 46,566.

Prezzo $46,566217775 . 2,40 = 111,75692266$ = ducati 111,76.

24. La superficie di un'ellisse è eguale a tante unità quadrate, quanto è il prodotto delle unità lineari di uno de' suoi semiassi per quelle dell'altro e per $\frac{22}{7}$. Se a, b sono i suoi semiassi, la sua formola sarà $\frac{22}{7} ab$, ovvero $3,14159 . ab$.

Esempio. Sia una ellisse e i suoi semiassi 3,7; 2,3; la superficie di essa sarà $3,14159 . 3,7 . 2,3$ = palmi quadrati 26,7359309 = palmi quadrati 26,7349.

Volendosi il prezzo, per es., a ducati 2,40 il palmo quadrato, si moltiplicherà 26,7349309 per 2,40, e poi si sopprimeranno le cifre che seguono i grani colla regola pag. 48 paragrafo ultimo de' decimali.

25. *La lunghezza della circonferenza*, il cui raggio è r, è eguale a tanti palmi lineari, quanti sono espressi dalla formola $2r . 3,14159 = 6,28318 . r$.

Esempio. Debbasi cingere di un filo di argento un disco cir-

colare il cui diametro è palmi 5,9. Si domanda, 1.° che lunghezza avrà detto filo; 2.° il prezzo a ducati 0,50 il palmo.

Soluzione. Sulle prime avremo $r=$pal. 2,95: E quindi la formola 6,28318.r darà

$$6{,}28318.2{,}95 = 18{,}535381 = \text{palmi } 18{,}535.$$

Prezzo .. 18,535 0,50 = 9,267 = duc. 9,27.

26. *La lunghezza di un arco di n gradi* è di tanti palmi lineari quanti ne indica la formola $3{,}14159r.\frac{n}{180}$.

Esempio. Si è ordinato un sestante il cui arco è cinto da un filo di platino che, allungandosi alle due estremità, comprende 61°,54′. Il raggio del sestante è palmi 2,3. Si domanda 1.° la lunghezza dell'arco; 2.° il prezzo a ducati 1,05 il palmo.

Soluzione. Sostituendo questi valori nella formola $3{,}14159r.\frac{n}{180}$, si avrà $3{,}14159.2{,}3.\frac{61°{,}54'}{180}=$ (riducendo a minuti) $7{,}226657.\frac{3714}{10800}=\frac{26839{,}794098}{10800}=2{,}4851666=$ $=$ pal. 2,485.

Prezzo. Moltiplicando 26839,794098 per 1,05 e poi dividendo il prodotto per 10800 si avrà ducati 2,61 (a).

27. *La superficie di un settore* il cui arco è n gradi ed r il raggio, è rappresentata da tanti palmi quadrati, quanti sono dati dalla formola $3{,}14159r^2.\frac{n}{360}$.

Esempio. Si domanda indorare un ventaglio (settore circolare), *in cui la bacchetta che fa da raggio è decimetri 2,3 e l'arco che lo cinge al disopra è di 61°,54′.*

(a) Quando trattasi di varie moltiplicazioni e di una divisione, è regola far in ultimo la divisione per evitare un errore maggiore, come si è praticato in varii esempi indicati al n.° 24 pag. 34, 35, 36.

Soluzione. Essendo la formola dell'arco $3,14159r \cdot \frac{n}{180}$, e quella del settore $3,14159r \cdot \frac{n}{180} \cdot \frac{r}{2}$, ed essendo gli stessi gli elementi dell'arco quassù calcolato e del settore; bisognerà moltiplicare 2,485665 per $\frac{2,3}{2} = 1,15$, e si avrà

$$2,85851475 = 2,85 \text{ decimetri quad.}$$

Volendosi il valore, per es., a franchi 2,5 il decimetro quadrato, bisognerà moltiplicare 2,85851475 per fr. 2,5 e ridurre il tutto a franchi e centesimi.

28. *Il raggio di un segmento*, di cui si conosce la corda c e la saetta s, è espresso dalla formola $r = \frac{s^2 + \frac{c^2}{4}}{2s} = \frac{4s^2 + c^2}{8s}$.

29. *La superficie di un segmento*, la cui corda è c e'l raggio r, è eguale a tanti palmi quadrati, quanti sono rappresentati dalla formola

$$3,14159r^2 \cdot \frac{n}{360} - \frac{c}{2}\sqrt{r^2 - \frac{c^2}{4}} = 3,14159r^2 \cdot \frac{n}{360} - \frac{c}{4}\sqrt{4r^2 - c^2}.$$

Esempio. Dalla superficie di un muro si dee togliere la superficie di un segmento circolare di cui la corda c è eguale a palmi 3,5 e la saetta s 0,7 di palmo.

Soluzione. La formola è $3,14159r^2 \cdot \frac{n}{360} - \frac{c}{4}\sqrt{4r^2 - c^2}$. Si comincerà dal calcolare il raggio r colla formola $r = \frac{4s^2 + c^2}{8s}$ (prec.) $= \frac{4 \cdot 0,49 + 13,25}{5,6} = \frac{1,96 + 12,25}{5,6} = \frac{14,21}{5,6} = \frac{1421}{560} =$ palmi 2,555, a cui potrebbe anche sostituirsi senza errore notabile 2,6. Ciò fatto, supponiamo (Fig. 34) che ***IPTI*** sia il dato segmento, si dividerà ***IP*** per metà in ***S***, e misurata ***IP***, ***ST***,

si prendano su di una scala di palmi le lunghezze corrispondenti a dette rette: di poi tirata su di un foglio di carta una retta, si tagli da essa la lunghezza che rappresenta *IP*, presa sulla scala; e si tiri dal punto medio di questa retta una perpendicolare da cui si tagli dalla scala la lunghezza che rappresenta *ST*: Si prolunghi questa seconda retta verso *O*, e si prenda sulla scala medesima una retta *TO* eguale a $2{,}555 = r$; il punto *O* ove terminerà questa perpendicolare sarà il centro dell'arco *ITP* che termina il detto segmento: onde si potrà avere sul foglio di carta detto arco, descrivendo col centro *O* e col raggio *OT* un arco *ITP*. Indi col semicerchio da tavolino (Fig. a) si misura il predetto arco o la sua metà *IOT* che si raddoppierà; e sarà questo l'arco *n* che dovrà sostituirsi nella formola $3{,}14159r^2 \cdot \frac{n}{360} - \frac{c}{4}\sqrt{4r^2 - c^2}$, e si avrà la chiesta superficie del segmento (*a*).

30. La lunghezza del raggio *r*, quando è data la circonferenza *C* è $\frac{C}{6{,}28318}$.

31. Sono eguali in superficie i triangoli che hanno basi eguali, ed i vertici de' quali sono situati sopra una stessa retta parallela alla detta base.

E quando due triangoli hanno eguali rispettivamente due lati e l'angolo compreso, gli altri due lati saranno pure eguali.

32. (Fig. 5 n. 1). *Verificazione della squadra agrimensoria.* Per verificare la squadra, si situerà il suo centro sopra un punto *A* qualunque del terreno, e si traguarderanno lungo la

(*a*) Questo metodo grafico è metodo di approssimazione per quelli che non conoscono la trigonometria, per mezzo della quale sarebbesi calcolato con più esattezza l'angolo *IOS*, mercè l'ipotenusa *IO* ch'è il raggio, ed $IS = \frac{c}{2}$.

stessa direzione due oggetti lontani *B* ed *M*, prendendo per oculare una linea de' quadranti e per oggettivo il filo dell'opposta. Senza spostare lo strumento, si traguarderanno due altri oggetti lontani *O*, *L* per mezzo delle altre due linee de' quadranti, che sono ad angolo retto colla linea de' precedenti. In seguito si darà alla squadra un movimento rotatorio orizzontale, senza che si sposti da *A*, finchè i primi oggetti *B*, *M* siano osservati a traverso di questa seconda linea de' quadranti. Ciò seguito, si osserverà se i secondi oggetti *O*, *L* si trovino precisamente nella direzione de' due primi traguardi. Se questa coincidenza ha luogo, l'istrumento è esatto; altrimenti bisogna cambiarlo o farlo correggere dal macchinista. Debbesi avvertire di situare il piano del cerchio, al quale sono perpendicolari i traguardi, parallelamente all'orizzonte; il che, quando non si desidera una grande precisione, può farsi ad occhio; altrimenti si farà uso dell'archipensolo, o della livella a bolla di aria 14 e 15.

33. *Verificazione della lunghezza della catena.* L'agrimensore, prima di adoprare la catena per la misura di una certa lunghezza sul terreno, verificherà s'essa è precisamente di cinque o dieci canne. Quando l'avrà verificata per la prima volta, segnerà questa lunghezza sopra una muraglia; e presenterà ogni giorno la sua catena a questo modulo per riconoscere s'essa ha variato. Questa verificazione è sopratutto necessaria, quando trattasi di misurare una grande estensione di terreno, ed è bastante in agrimensura.

Problemi da risolversi coll'ajuto del compasso e della riga.

34. *Da un punto A preso su di una retta CB si domanda innalzare su di essa una perpendicolare* (Fig. 14). Si apra il compasso a piacere e prendendo *A* per centro si segnino sulla data retta due punti *B*, *C* che saranno perciò equidistanti da *A*: di poi presi *B* e *C* per centro, si descrivano con un raggio

maggiore di *AB* due archi che si seghino in un punto *D*: Si unisca *AD* che sarà la perpendicolare richiesta.

35. ***Da un punto D preso fuori di una retta CB si domanda abbassare su di essa una perpendicolare*** (Fig. 14). Si fissino due punti *B*, *C* sulla data retta, prendendo *D* per centro e per raggio una retta che unisce *D* con un punto preso al di sotto di *CB*; per cui sarà *DC*=*DB*: indi si determini il punto *A* equidistante da *B* e *C*; e si unisca *DA* che sarà la perpendicolare richiesta.

Se si prendano due punti *B*, *C* su di una retta *CB*, e di poi co' centri *B* e *C* e con un raggio *BC* si descrivano due circonferenze circolari, le quali s'intersegheranno al di sopra e al disotto di *CB* ne' punti *D*... Si uniscano questi due punti con una retta *DA*...: sarà questa una perpendicolare a *BC*.

36. ***Trovare la superficie di un triangolo di cui si conoscono gli angoli ed un lato CB in passi o in canne.***

(Fig. 14). *Soluzione*. Su di una scala si prenda *CB* di tante parti, quanti passi o canne contiene il lato che si conosce. Indi a' punti *C* e *B*, estremità di questa retta, si formeranno, coll'aiuto del semicerchio da tavolino, gli angoli *BCD*, *CBD* eguali a quelli che sono adjacenti al lato che rappresenta *CB*. Di poi dal punto *D*, ove s'incontrano le rette *BD*, *CD* si abbassi sopra *CB* la perpendicolare *DA*, che si porti sulla stessa scala. La superficie del triangolo sarà espressa da $\frac{BC.DA}{2}$.

37. ***Trovare la superficie di un triangolo, di cui si conoscano i tre lati in passi o in canne.***

(Fig. 14). *Soluzione*. Sopra una scala di passi o di canne si prendano i tre lati del triangolo; e poi si costruisca il triangolo *BDC*, prendendo *B*, *C* per centri, e per raggi rispettivi gli altri due lati, descrivendo due archi che si segano in un punto *D*, e congiungendo *DB*, *DC*. I lati del triangolo *BCD* saranno rispettivameute eguali alle parti della scala che rap-

presentano i tre lati noti. Da uno de' vertici D del triangolo che ne risulta, si abbassi la perpendicolare DA sul lato opposto CB, la quale si porti sulla stessa scala, e si determini per mezzo di essa. La superficie del triangolo, che si domanda, sarà di tanti passi o canne quadrate, quanto è il prodotto di $\frac{CB.DA}{2}$.

38. ***Dati due lati e l'angolo compreso di un triangolo, determinarne la superficie.***

(Fig. 14). *Soluzione.* Si prendano su di una scala di passi o di canne le DB, DC di tante parti di essa, quante sono i passi o le canne che rispettivamente contengono i lati noti; e poi si dispongono coll'aiuto del semicerchio da tavolino sotto l'angolo BDC eguale all'angolo dato. Dal punto D, estremo di CD, si abbassi DA perpendicolare su di CB, e si porti DA sulla stessa scala per determinare le parti che essa comprende. La superficie del triangolo sarà di tanti passi o canne quadrate quanto è il prodotto di $\frac{CB.DA}{2}$.

Problemi da risolversi sul terreno.

39. ***Situare un bastone AB verticalmente in un punto A.***

(Fig. 7). *Soluzione.* Attacchisi al punto B del bastone un filo a piombo BC. (IX) Se il bastone AB non è verticale ma inclinato come BA, il filo a piombo cadrà sul sottoposto terreno come BC. Allora il bastone AB si raddrizzerà, finchè esso ed il filo a piombo formeranno una sola retta $B'A$. Adempito a questa condizione, il bastone sarà verticale.

40. ***Situare un piano AB in una posizione orizzontale.***

(Fig. 8). *Soluzione.* Si ponga sopra del medesimo piano la livella a bolla di aria mn nella direzione di AB; e poi s'innalzi o si abbassi il piano AB verso A o verso B, secondochè

la bolla di aria si dirigerà verso *B* o verso *A*; e ciò finchè la bolla di aria occupa il punto di mezzo *o*. Quando ciò sarà avvenuto, facciasi cambiare di situazione alla livella con porla ad angolo colla direzione *AB* che prima aveva; e si procurerà di nuovo che la bolla di aria 'vada a cadere nel mezzo della livella. Allora il piano sarà orizzontale.

(Fig. 4). Facendo uso dell'archipensolo, fa uopo che il filo a piombo *CP* cada precisamente in *P* in due situazioni che si darà all'archipensolo sul piano, una ad angolo coll'altra.

41. *Allineare due punti A, D sul terreno con altri intermedii.*

(Fig. 9). *Soluzione.* Situisi l'agrimensore in un punto *O* in mezzo a' punti *A* e *D*, in modo che *AOD* comparisca ad occhio essere una linea retta. Se in questa prima situazione, traguardando nella direzione *OA*, si vedesse il segnale situato in *A*, e quello in *D* con traguardare nella direzione *OD* per la stessa linea de' quadranti, i punti *A*, *O*, *D* per una singolare e fortunata combinazione sarebbero per dritto. Ma se nella stazione *O* non cade sotto la visuale nè il segnale *A*, nè l'altro *B* o uno di essi solamente, allora l'agrimensore tenga nelle mani un bastone verticale terminante in una punta di ferro, o pure la squadra; e porti pian piano o l'uno o l'altro di questi strumenti a destra o a sinistra sua, secondo la bisogna, finchè, traguardando nella direzione *OA*, vegga il segnale situato in *A*; e, senza spostare in modo alcuno lo strumento, vegga il segnale situato in *D* nella direzione di *OD*. Verificate queste condizioni, i tre punti *A*, *O*, *D* saranno per dritto. Indi si ripetano le stesse operazioni, facendo delle stazioni in *E*, in *B*, in *C* ec. in mezzo alle stazioni *A*, *O*, *D*; finchè le distanze *AE*, *EB* ec. siano estimativamente poco più, poco meno di un certo numero di canne. Terminate tutte queste operazioni, i punti *A*, *E*, *B*, *O*, *C*, *D* si troveranno per dritto, e fino all'effettiva misura di *AD*, potranno rimanerci gli stessi segnali o altre marche.

42. *Misurare una distanza AD accessibile in tutt' i suoi punti.*

(Fig. 9) *Soluzione.* Sulle prime l' agrimensore allineerà i punti estremi *A* e *D* con altri intermedii *E, B, O, C* ec. (preced.) S' egli vorrà misurare l' effettiva distanza sullo stesso terreno (supposto presso a poco orizzontale) fisserà l' origine *A* della catena in *A*, ed il suo ajutante la distenderà lungo *AE*, proccurando due condizioni, cioè 1.ª che sia ben tesa; e 2.ª che non esca, almeno quanto più si può ad occhio, dalla direzione *AE*. E perciò, distendendola sul terreno, eviterà le tortuosità, rimuoverà le pietre, estirperà le ciocche di erba, e cercherà di appianare tuttociò che guasta l' uniformità del suolo. Quando l' intera catena sarà distesa lungo *AE*, l' aiutante dell' agrimensore situerà all' altra estremità di essa una marca o un mastio. (Fig. *r*). L' agrimensore e 'l suo aiutante procederanno innanzi, cominciando la seconda misura dal punto del terreno, ov' è conficcata la prima marca. Così continuerà la misura fino a *D*. Terminata l' operazione, egli conterà le marche conficcate successivamente nel terreno. E la lunghezza misurata conterrà tante volte la lunghezza della catena, quante saranno di numero le marche. Rimanendo un residuo minore della lunghezza della catena, si misurerà colla riga (Fig. *m*), come si è detto al di sopra (pag. 87).

Quando poi il terreno è sensibilmente inclinato ed ineguale, sarà meglio misurare la direzione orizzontale de' punti *A, D*, elevando un tantino la catena sul suolo e distendendola orizzontalmente, con situare sopra di essa nel senso della sua lunghezza la livella a bolla di aria. A quale oggetto, per evitare, quanto più si può, la curvatura della catena, bisogna sostenerla in varii punti dalla sua lunghezza, affinchè, distendendosi, imiti, al più possibile, la linea retta.

Bisogna avvertire che una lunghezza effettiva presa sul terreno può anche ridursi con una costruzione a lunghezza orizzontale, ossia alla sua proiezione orizzontale, e viceversa; il che formerà l' oggetto di alcuno de' seguenti problemi.

43. *Misurare una distanza AB accessibile solamente ad una delle sue estremità A o ad amendue, senza poter andare da una estremità all'altra.*

(Fig. 16) *Soluzione.* Si fissi la squadra agrimensoria col centro in *A*, e si disponga in modo che l'estremità *B* della distanza *AB* possa traguardarsi per una linea de'quadranti. Si traguardi allora coll'altra linea de'quadranti lungo la direzione *AC*; e per questa direzione si allineino i punti *A*, *n*, *m*, *C* con de'segnali. Ciò fatto, si trasporti l'istrumento verso *C*, e si situi in un punto *C* della direzione *CmnA*, tale che possa traguardarsi il segnale in *A* con una linea dei quadranti, e l'altro in *B* per la prossima linea de' semiquadranti. Quando questa condizione si sarà verificata, sarà *ACB* semiretto; e poichè *BAC* è retto, semiretto sarà anche *ABC;* epperò *AB*=*AC*. Si misuri *AC*, e sarà questa la distanza *AB* accessibile solamente ad uno de'suoi estremi *A*.

Nel caso che fossero accessibili *A* e *B* solamente, senza poter andare da *A* verso *B;* potrebbe scegliersi un punto *O*, in modo che, fissatovi il centro della squadra, si osservi il segnale in *A* per una linea de'quadranti e l'altro in *B* per l'altra linea de'quadranti, per cui l'angolo *AOB* sarà retto. Allora si misurerà *AO*, e *BO;* e sommati i quadrati de'numeri ch'esprimono tali distanze, si estrarrà da questa somma la radice quadrata, che sarà la lunghezza di *AB* (17).

44. *Misurare una distanza del tutto inaccessibile AB.*

(Fig. 16). *Soluzione.* Si ponga il centro della squadra in un punto *C*, in modo che si osservi un segnale che si fisserà ocularmente in *A*, per mezzo di una linea de'quadranti, e'l segnale in *B* (anche ad occhio) colla contigua linea de'semiquadranti; sarà *ACB* semiretto. Si facciano situare nella direzione di *CB* de'segnali *C*,*p*,*q*,*r*,*s*... Di poi in questa stessa direzione si determini un punto *O*, tale, che fissatovi il centro della squadra, possa per una stessa linea de' quadranti osservarsi *B* e *C* per le direzioni opposte di essa, e per l'al-

tra linea de' quadranti possa traguardarsi *A*; per cui sarà *AOB* retto. Senza spostare l'istrumento, si volgano le spalle ad *A*, e per la stessa linea de' quadranti *AlO* si prolunghi il raggio visuale *AlO* per *OhD*, sulla quale direzione si determini, saggiando, un punto *D* tale che, situando l'istrumento col suo centro in *D*, possa il segnale in *B* osservarsi per una linea de' quadranti e l'altro in *A* per quella contigua de' semiquadranti. In tal caso sarà *ODB* semiretto, e perciò, essendo anche *BOD* retto, sarà anche *OBD* semiretto, epperò $OB = OD$: Ed essendo anche *OCA* semiretto, e *COA* retto, sarà *CAO* anche semiretto, e perciò $OA = OC$. Quindi i due triangoli *AOB*, *COD* saranno eguali; per cui sarà $CD = AB$. Adunque misurando *CD*, si avrà la distanza inaccessibile *AB*.

45. ***Dal punto A si domanda elevare sul terreno una retta perpendicolare a CB, sulla quale il detto punto si trova.***

(Fig. 14). *Soluzione*. Si ponga il centro della squadra agrimensoria sul punto *A* dato sul terreno: Di poi per una linea de' quadranti si traguardi il segnale situato precedentemente in *B* e in *C*, e traguardando per l'altra linea de' quadranti; si facciano situare lungo questa visuale tanti segnali *m*, *n*, *D*; e la retta *Amn*... *D* segnata da questi segnali sarà la perpendicolare richiesta, la quale potrà misurarsi, quando il limite *D* è assegnato.

46. ***Da un punto D preso fuori di una retta CD si domanda tirare su terreno una perpendicolare a questa.***

(Fig. 14). *Soluzione*. Si ponga la squadra col suo centro sopra un punto *o* della *CB*, il che allora accaderà quando *C*, *o*, *B* saranno sopra una stessa linea de' quadranti, prima traguardati da una estremità di essa nella direzione di *oB*, e poi dall'estremità opposta in quella di *oC*. Di poi la squadra si porterà verso *C* o verso *B*, senza che i punti *C* e *B* escano dalla visuale *CoB*, finchè si giunga ad un punto *A* tale, che per la prima linea de' quadranti si continuino ad osservare i segnali *B*, *o*, *C* e per l'altra si vegga *D*. Quando ciò accaderà,

la direzione *AD* sarà perpendicolare a *CB*, e basterà allineare i punti *A* e *D* con altri intermedii *m, n*. La retta *DmnA* sarà la perpendicolare richiesta abbassata da *D* su di *CB*.

47. *Tirare da un punto C sul terreno una parallela ad AB, sia essa accessibile, almeno verso una parte A, sia essa inaccessibile.*

(Fig. 17). *Soluzione* n.° 1.° Se si può accedere verso la banda *A* della *AB*, si ponga il centro della squadra sopra un punto *A*, che si fisserà con un segnale, in modo che possa traguardarsi il segnale posto in *C* per una linea de' quadranti, e'l punto *B*, fissato ad occhio, per l'altra linea de' quadranti. Di poi si trasporti l'istrumento in *C*, ed un raggio visuale dirigasi sopra *A* per una linea dei quadranti; e quando sarà stata verificata questa ultima condizione, si traguardi per l'altra linea de' quadranti lungo una direzione *CX:* allora facendo situare nella direzione di questo raggio visuale de' segnali *K, I, D, H, X*, la retta *CX* che passa per questi punti, sarà la parallela richiesta.

n.° 2.° Se la parallela debba tirarsi da un punto *K*, tale che non sia permesso determinare un punto *A* nella *AB* in modo che possa per esso traguardarsi il punto *K* per una linea dei quadranti, e lungo *AB* per l'altra; allora situisi la squadra col suo centro in *A* e si traguardi *B*, come precedentemente, con una linea de' quadranti, e coll' altra un punto *C* che un' altra persona andrà allineando con *A*, in modo che traguardi *A* con una linea de' quadranti e *K* coll'altra. Ottenuta questa condizione si faranno situare de' segnali *K,I,D,H,X* nella direzione di questa seconda visuale, ossia di *CK;* e la parallela richiesta sarà *CKIDHX*.

(Fig. 17) n.° 3.° Se *AB* è del tutto inaccessibile, si scelga un punto *E* del terreno diverso dal punto *C* dato; e si faranno le stesse operazioni per la determinazione di una distanza inaccessibile (44). Si avrà allora segnata sul terreno, per mezzo de' picchetti *m,n,F*, una retta *Emnf* parallela ad *AB;*

la quale sarà accessibile ad un punto E. Quindi si ripeteranno le operazioni (n.º 1 e n.º 2) per tirare da un punto C una parallela CX ad una retta EF accessibile almeno ad un de'suoi punti: per cui, facendo situare de' picchetti C, K, I, D, H, X lungo la direzione della visuale CX parallela ad EF, si avrà la parallela desiderata.

48. *Misurare la distanza AP interrotta da molti ostacoli, come sarebbe, per esempio, la distanza di due punti presi in un bosco, ove si può penetrare solo per vie trasversali.*

(Fig. 15) *Soluzione.* Si ponga la squadra in un punto B, da cui sia visibile il segnale C per mezzo di una linea de'quadranti, e per l'altra linea de'quadranti il segnale A: di poi si misuri AB. Indi nella direzione di BC si pianti un segnale C, da cui possa guardarsi nella direzione CD quanto più lontano si può senza ostacoli, guardando B per mezzo una linea de'quadranti, e D per mezzo dell'altra linea. Si misuri CD, e trasportisi la squadra in E (supponendo che da D gli ostacoli impediscano a traguardare innanzi) traguardando nella direzione di DE, in modo che da E possa traguardarsi D per mezzo di una linea de'quadranti, e per dell'altra il segnale F, quanto più lungi si può senza ostacoli, e si misurerà EF. Così si continuerà per le direzioni FG, GH; HI, IK, KL, LM; MN, NP: ed in tutte queste operazioni fa uopo determinare nella BN un punto, da cui possano traguardarsi de'segnali posti fra A e P, onde assicurarci che $ABNP$ siano allineati. Ciò fatto si riscontrino le misure già prese AB, CD, EF... NP; si avrà $AP = AB + CD + EF + GH + IK + LM + NP$.

49. *Determinare la inclinazione di un terreno in pendio ADB.*

(Fig. 10). *Soluzione.* Se il pendio è ad un dipresso uniforme in tutta l'estensione del terreno, si sceglierà una direzione qualunque ADB, sulla quale, a partire dal punto A, si andrà adattando, a mano a mano, un archipensolo situato sopra una riga, fino al punto più elevato del terreno me-

desimo; ed ogni volta si noterà l'angolo segnato dalla deviazione del filo a piombo, e di più il camino percorso. Supponiamo che questa operazione siasi ripetuta 40 volte: Si sommeranno i 40 angoli osservati; e si prenderà il medio di questa somma con dividerla per 40: il numero che si avrà per quoto, indicherà la inclinazione media del terreno. Così se la somma de' 40 angoli osservati è di gradi $853\frac{1}{3}=\frac{2560}{3}$, l'angolo medio del terreno in pendio sarà $\frac{2560}{3.40}=\frac{2560}{120}=$ $=\frac{256}{12}=\frac{64}{3}=21\frac{1}{3}$ gradi. La pertica, che supporremo di una canna, portante l'archipensolo, sia stata adattata in posizioni, una contigua all'altra, e nella direzione dritta da *A* a *B*, la *AB* conterrà 40 canne. Che se l'archipensolo sia stato adattato in situazioni non contigue, come *An, pq, rs*, allora alle 40 canne dovranno aggiungersi le lunghezze intermedie *np*, *qr*, *sB*.

(Fig. 11). Ne' terreni di difficile accesso potrà praticarsi con molta facilità il seguente metodo. In un luogo più comodo del terreno, si pianteranno sopra lo stesso due bastoni eguali *mn*, *pq*, i quali coll'aiuto della squadra adattata in *n* e *q* si disporranno perpendicolarmente ad *AB*: e perchè essi non perdano questa situazione, l'estremità di essi *m*, *p* si fermeranno con una riga *mp*. Di poi un'altra persona adatterà l'archipensolo con appoggiarlo sulla riga *mp*, e verificheranno le due condizioni di $mn=pq$, e di $mpq=pmn=90$ gradi. Si osserverà allora la deviazione del filo a piombo nell' archipensolo, e si avrà con una sufficiente approssimazione la inclinazione del terreno lungo la direzione *AB*.

(Fig. 10). Trattandosi di una piccola collina comoda ad essere percorsa, almeno secondo una certa direzione *CNQB*, si potranno prendere delle righe di nota lunghezza, *CM*, *MN*.

NP,PQ...., ed adattarle coll'aiuto della squadra, onde gli angoli *CMN,NPQ* ec. risultino retti. Terminata l'operazione, si prenderà su della scala retta *AL* eguale alla somma delle verticali *CM,NP*..., ed un'altra *AP* eguale alla somma delle orizzontali *MN, PQ*.... Di poi congiunta *LP*, si misurerà col semicerchio da tavolino l'angolo *LPA*, che sarà con una sufficiente approssimazione il pendio di *BQNC*.

Se poi il terreno inclinato fosse da per tutto difforme, si dividerà la sua superficie in tante zone *ADBEL, LEBFO*..., (Fig. 10), ciascheduna di un andamento presso a poco uniforme; per ognuna delle quali si praticherà ciocchè si è quì sopra esposto, e si avranno i pendii particolari delle diverse zone nelle quali è stato diviso il terreno.

50. (Fig. 10). *Data la effettiva lunghezza di una distanza ADB rettilinea sopra un terreno inclinato, determinare la sua projezione orizzontale.*

Soluzione. Si misuri la inclinazione del terreno nel senso della predetta direzione. Dipoi, tirata una orizzontale *AP*, si faccia coll'aiuto del semicerchio da tavolino l'angolo *APL* eguale alla predetta inclinazione. Indi presa *PL* eguale a tante parti di una scala quante canne contiene la *AB*, da *L* si abbassi *LA* perpendicolare su di *AP*. Si porti sulla stessa scala la *AP*, e le canne che le corrisponderanno, saranno la lunghezza della projezione orizzontale della linea *ADB* sul terreno.

Rimarrebbe anche determinata la projezione orizzontale di *ADB*, moltiplicando le canne contenute in *ADB* pel rapporto di $\frac{AP}{PL}$, che si ha dalle parti della scala che corrispondono ad *AP* e a *PL*. Così per es. se $ADB = 200$ passi o canne, ed *AP* contenesse tre parti delle divisioni di una scala, delle quali *PL* contiene 5; la projezione orizzontale di *AP* sarà
$200 \cdot \frac{3}{5} = \frac{600}{5} = 120$ canne. Avendosi *AR* projezione di *AB*,

questa AB potrebbe determinarsi con moltiplicare AR per $\frac{LP}{PA}$.

51. (Fig. 10) ***Determinare l' altezza di una collina o di un monte ABC.***

Soluzione. Da quella banda del monte che presenterà più facilità all' operazione, si determinerà la inclinazione BAR del pendio BA; e si misurerà nel tempo stesso la AB. Ciò fatto si tiri una retta AP, e coll' aiuto del semicerchio da tavolino si farà al punto P della AP l' angolo APL eguale alla determinata inclinazione BAR. Di poi si prenderà PL di tante parti di una scala di passi, o di canne, quanti passi o canne contiene la AB, e dal punto L si abbasserà la perpendicolare LA su di PA prolungata se conviene. Si porterà AL sulla stessa scala, e quante parti di questa conterrà la AL, tante canne sarà alta la collina o il monte.

Potrà anche aversi la desiderata altezza, moltiplicando le canne contenute in ADB del terreno pe 'l rapporto $\frac{LA}{LP}$, dato dalle loro rispettive misure prese sulla scala.

Se la AB fosse inaccessibile in tutto o in parte, allora bisognerà ricorrere al mezzo di determinare una distanza inaccessibile (44).

(Fig. 10). Bisogna notare che col metodo delle righe CM, MN.... la somma delle righe orizzontali $MN+PQ$.... darà la projezione orizzontale di $BQNC$; e la somma delle righe verticali $CM+NP$.... darà l'altezza BR della collina CBA.

(Fig. 12). Se si trattasse di misurare l'altezza AB di un edifizio qualunque, di una torre, di un albero ec., si pianterà sul suolo contiguo un bastone Oh in un giorno sereno, e verso il mezzogiorno (per evitare quanto più si può l'effetto della penombra): di poi si misurerà con accuratezza la parte Oh del bastone che rimane fuori del suolo, proccurando di più di tenerlo in una situazione verticale per mezzo della squadra K. Fatto ciò, allo stesso istante da fissarsi con un segno conve-

nuto, uno misurerà la lunghezza AC dell'ombra dell'edifizio, e un altro la lunghezza Om dell'ombra del bastone. Laonde sarà l'altezza desiderata $AB = \frac{AC.Oh}{Om}$. Questa operazione fatta dal 10 al 30 di Giugno riuscirà più esente dall'errore della penombra, poichè al solstizio di està, o poco prima o poco dopo, il sole ha la massima altezza, e la penombra è minore e meglio terminata l'ombra.

Questo metodo riuscirà anche più facile, e potrà adoprarsi da una sola persona, quando l'ombra Om è eguale al bastone Oh (il che accade quando il Sole è elevato sull'orizzonte per 45 gradi). In tal caso l'altezza dell'edifizio AB sarà quanto la lunghezza AC dell'ombra. E per colpire l'istante, nel quale l'ombra è lunga quanto il bastone, si descriverà col centro O e col raggio Oh eguale alla parte del bastone verticale che resta fuori del suolo, un cerchio $hDmE$. Quando l'ombra arriverà alla circonferenza di questo cerchio, allora il Sole sarà elevato per 45 gradi sull'orizzonte, e l'altezza dell'edifizio sarà eguale alla lunghezza dell'ombra (1).

52. (Fig. 13). *Data la pianta ABCDEFGH di un territorio accessibile da per tutto, colla scala corrispondente, determinarne la superficie.*

Soluzione. Nel senso della maggior lunghezza di questa pianta si tiri una orizzontale Ax. Di poi da tutti gli angoli B, C, D, E, F, G, K, si abbassino sulla predetta orizzontale Ax le perpendicolari Bm, Cn, Dp, Fr, Gq, Kl, e questa ultima si prolunghi fino all'incontro I con una retta HI tirata da H parallela ad Ax, la quale retta supporremo che passi per K. Da E si abbassi EO perpendicolare sulla Fr. Di poi si misurino sulla scala di canne di metri ec. 1.° Al, lm (e perciò Am),

(1) Se l'altezza di 45 gradi non è la meridiana, l'ombra sarà due volte al giorno eguale al bastone, prima e dopo mezzogiorno ad intervalli eguali.

ed mB, e'l prodotto delle parti di $\frac{Am}{2}$ per quelle di Bm s'indichi con B';

2.° mn, nC; e'l prodotto di $\left(\frac{Bm+Cn}{2}\right)mn$ si dinoti con C';

3.° nq, qp, (e perciò np), e pD, e'l prodotto di $\left(\frac{Dp+Cn}{2}\right)mp$ si dinoti con D';

4.° pr, e'l prodotto di $\frac{pr.Dp}{2}$ si dinoti con E';

5.° Fr, EO; e'l prodotto di $\frac{Fr.EO}{2}$ si dinoti con P';

6.° La pq si sommerà con pr, e si misurerà Gq, e'l prodotto di $\left(\frac{Fr+Gq}{2}\right)rq$ s'indichi con H';

7.° $lK+Ks$ (e perciò ls); ed il prodotto di $\left(\frac{ls+qG}{2}\right)(lm+mn+nq)$ si dinoti con G';

Presa la misura Al da 1°, e lK da 7°, il prodotto $\frac{Al.lK}{2}$ si dinoti con A';

8.° Finalmente HI e KI, e si dinoti con K' il prodotto di $\frac{KI.HI}{2}$.

Terminate queste misure e queste calcolazioni, si farà la somma di $A'+B'+C'+D'+E'+P'+H'+G'+K'$, e da questa somma si sottrarrà P', e si avrà in canne, in metri ec. quadrati la superficie orizzontale dal territorio, del quale la fig. 13 rappresenta la pianta: distaccandone le due ultime cifre a dritta con una virgola, quando sono canne quadrate, si avranno le moggia legali e le parti decimali del moggio. Se sono passi quadrati, si dividano per 900 e si avranno le mog-

gia: ed il residuo della divisione si ridurrà a quarte, none e quinte, secondo le regole ordinarie dell'aritmetica.

(Fig. 13). Nel caso che il poligono $ABCDEFGH$ rappresentasse l'effettiva superficie del territorio, la precedente misura darebbe la stessa superficie del territorio.

53. *Data la effettiva superficie di un territorio inclinato, determinare la superficie della sua pianta, ossia la sua projezione orizzontale.*

Soluzione. Se il territorio ha da pertutto una inclinazione sensibilmente uniforme (come suol accadere ne' problemi che formano l'oggetto dell'agrimensura per la piccola estensione de' terreni da misurarsi) si determinerà sulle prime questa inclinazione (49, Fig. 10). Di poi si tiri una retta AP; e fatta ad un punto P di essa un angolo APL eguale alla predetta inclinazione, coll'aiuto del semicerchio da tavolino; s'innalzi da un altro punto A di essa retta la perpendicolare AL fino all'incontro L colla PL. Ciò fatto si prendano sopra una stessa scala AP, PL; e la estensione del territorio si moltiplichi per $\frac{AP}{PL}$; il prodotto darà la sua projezione orizzontale. Così, per es., se il territorio fosse di 120 moggia, ed AP contenesse cinque parti delle divisioni di una data scala, della quale PL contiene sei parti, la projezione di questo territorio sarebbe di $120.\frac{5}{6}$ moggia $=$ 100 moggia.

54. A malgrado che i territorii, de' quali si occupa l'agrimensura, sieno di piccola estensione, per cui la loro inclinazione suol essere da per tutto uniforme; pure può delle volte accadere che l'andamento di esso sia tanto irregolare, da presentare in diverse parti delle inclinazioni sensibilmente differenti. Avvenendo questo caso, in due modi può regolarsi l'agrimensore; 1. Può dividere il territorio in tante zone di una inclinazione sensibilmente uniforme; e fare per ogni zona

quello che si è prescritto nel precedente problema; 2. Può prendere varie inclinazioni ne' luoghi più irregolari; sommarle, e prenderne la media, con dividerne la somma pel numero di esse. Indi formerà l'angolo *LPA* (Fig. 10) eguale alla predetta media inclinazione, e moltiplicherà l'estensione del territorio per $\frac{PA}{PL}$. Così, per es., se l'agrimensore avesse misurate cinque inclinazioni, la prima di $15^\circ \frac{2}{3}$; la seconda di $10^\circ \frac{2}{3}$, la terza di $12^\circ \frac{2}{3}$, la quarta di $16^\circ \frac{1}{3}$, la quinta di $14^\circ \frac{2}{3}$; la somma sarà 70 gradi, la cui quinta parte è 14 gradi. Adunque l'angolo *APL* dovrà farsi di 14 gradi. Allora, elevata da un punto *A* della *AP* la perpendicolare *AL* su di *AP*, fino all'incontro *L* con *PL*, e portata *AP* e *PL* sulla scala, si moltiplicherà l'estensione del territorio per $\frac{AP}{PL}$.

55. ***Data la pianta di un territorio, ossia la sua projezione orizzontale, e data la inclinazione di esso, determinare l'effettiva superficie del medesimo.***

(Fig. 10). *Soluzione.* Supponiamo in primo luogo che la inclinazione di tutto il territorio sia presso a poco uniforme. Si tiri una retta *AP*, e presi due punti in essa *A*, *P*; da uno di essi *A* s' innalzi la perpendicolare *AL*, e dall'altro s'inclini una retta *PL* su di *PA*, in modo che sia *APL* eguale alla inclinazione del territorio: E questa si prolungherà finchè incontra *AL* in punto *L*. Di poi si portino *AP* e *PL* sulla stessa scala, e, notate le divisioni della scala che ciascheduna di esse comprende, la data pianta del territorio si moltiplichi per $\frac{LP}{PA}$: il prodotto darà la effettiva superficie del territorio in moggia antiche o legali, secondo che la scala sarà di

passi o di canne. Così, per es. se *PL* contenesse nove parti delle divisioni della scala, e *PA* otto, supponendo la pianta di 80 moggia, la effettiva superficie del territorio sarà $80.\frac{9}{8}=90$ moggia.

Se poi il territorio avesse un andamento del tutto irregolare, allora o si dividerà in tante zone di uniforme inclinazione, per ognuna delle quali si farà quello che quì sopra abbiamo prescritto; o pure si misureranno diverse inclinazioni di esso ne' luoghi di maggiore irregolarità; e poi, presa la inclinazione media come abbiamo detto quì sopra, si farà l'angolo *APL* eguale a questa media inclinazione, e l'effettiva superficie del territorio sarà l'estensione della sua pianta moltiplicata per $\frac{LP}{PA}$.

56. ***Misurare un territorio ABCDEFGHK, di cui manca la pianta, accessibile da per tutto.***

1.° (Fig. 18). *Soluzione.* Si piantino ne' luoghi più angolosi de' segnali *A,B,C,D,E,F,G,H,K*. Nel senso della maggior lunghezza del territorio, si tiri una retta *AEX*, che vada ad unire i due angoli sporgenti estremi *A,E* (1). Si prenda *AE*, per base delle operazioni. I due estremi della base quì rappresentati da *A,E* si allineeranno con altri punti intermedii; cioè un punto *h* con i punti *A,P* ed *E*; un punto *p* con i segnali *A, h, q* ed *E*; il punto *q* con i punti *h, p, z* ed *E*; il punto *z* con i punti *p,q,y* ed *E*, ec. e così continuando fino al limite del territorio. Che se il territorio sia un esteso latifondo, in modo che non possa osservarsi il punto *E* da *A*; allora nel senso della sua maggior lunghezza si allineeranno varii punti cioè *h* con *A,p*; *p* con *A,h,q*; *q* con *h,p,z*; *z* con *q,y,E* ec.; e fi-

(1) Ben inteso che la retta tirata da *A* può passare anche per un punto qualunque diverso da un altro vertice *E* degli angoli del poligono, ma quando può ricorrersi a due vertici *A,E*, vi è meno di operazioni a fare.

nirà l'operazione quando si giungerà ad un punto *E* limite dal territorio.

Segnata dunque sul terreno la retta *AhpqzyEX* co' segnali situati ne' punti *A*, *h*, *p*, *q*, *z*, *y* .., si determineranno con ripetuti saggi nella indicata direzione *Ah*... *zy*... i punti *Q*, *P*, *R*, *S*, *I*, *M*, *L*... colla seguente condizione, che i segnali *A*, *h*, *Q*, *P*, *R*, *p*, *S*, *I*, *q*, *M*, *z*, *L*, *y*, *E* si osservino nelli direzioni di una linea de' quadranti; e per l'altra linea de' quadranti si osservi il picchetto *K* in *Q*, il segnale *B* in *P*, il segnale *H* in *R*, il picchetto *C* in *S*, il picchetto *G* in *I*, il segnale *D* in *M*, il segnale *F* in *L*..., e volta per volta si misureranno colla catena o col nastro graduato *AQ* e *QK*; *AP* e *PB*; *PR* e *RH*; *RS* e *SC*; *SI* e *IG*; *IM* e *MD*; *ML* ed *LF*; *LE*, ec. Indi sopra un foglio di carta si tirerà una retta *AX* per rappresentare la *AX* del terreno; e prese *AQ*, *QP*, *PR* ec. di tante parti della scala, quante sono le misure prese sul terreno lungo le rette rappresentate rispettivamente da queste, da *Q*, *P*, *R*, *S*, *I* ec. si eleveranno sulla carta le perpendicolari ad *AE*, *QK*, *PB*, *RH*, *SC*, *IG* ec., e si scriveranno a fianco di ogni retta le loro rispettive lunghezze; per es., $41\frac{1}{2}$ canne a fianco ad *AQ*; $29\frac{1}{2}$ a fianco a *QK* ec.; e si continuerà così fino al termine; cosicchè tirate le *AB*, *BC*, *CD* ec. pe' punti estremi *A*, *B*, *C*... ec. di dette perpendicolari, *PB*, *SC*..., ne risulterà sulla carta un abbozzo *ABCDEFGHKA* tanto più simile al territorio, quanto i predetti punti sono più ravvicinati; col cui mezzo si potrà anche far la pianta effettiva di esso.

2.° Se mai il territorio avesse un limite *Ap'nq'y'sB* molto tortuoso, si opererà nel seguente modo. Si allineeranno ad occhio, o pure col metodo del n.° 41 i punti estremi *A* e *B* con varii altri intermedi *o*, *m*, *r*, *x*, *t*, più o meno vicini, secondo la maggiore o minore curvatura e tortuosità; e si tire-

ranno le perpendicolari ad *AB*, *op*, *mn*, *rq*, *xy*, *ts*... fino al limite del territorio (queste potranno esser prese anche ad occhio, soprattutto se trattasi di piccola estensione): E misurate poi le *Ao*, *op*; *om*, *mn*; *mr*, *rq*; *rx*, *xy*; *xt*, *ts*..., si segneranno sopra l'abbozzo disegnato sulla carta le rispettive lunghezze, co' numeri a fianco, delle rette che sul terreno rappresentano le precedenti.

Terminata questa prima operazione, e formato l'abbozzo predetto, l'agrimensore nel suo gabinetto calcolerà i triangoli ***AQK***, ***APR***, ***DME***, ***FEL***; ed i trapezii ***PBCS***, ***SCDM***, ***LFGI***, ***IGHR***, ***RHKQ***; siccome anche, nel caso del limite tortuoso, *Apo*, *opnm*, *mnqr*, *rqyx*, *xyst*, *tsB*. E ridotto poi le canne quadrate a moggia legali e frazioni, o i passi quadrati a moggia quarte none e quinte, si avrà la misura del territorio, la quale sarà l'effettiva estensione della sua superficie, se le misure colla catena saranno state prese sul terreno medesimo; e sarà poi la superficie della sua pianta, ossia la projezione orizzontale del territorio, se si è avuto cura di tenere la catena sempre orizzontale nelle diverse misure prese. Si potrà però ridurre sempre l'una superficie all'altra nel modo sopra insegnato (n.° 53, 54 e 55).

57. ***Misurare un territorio inaccessibile al di dentro, ed accessibile d'intorno, come sarebbe un lago, un bosco, ove gli alberi impediscono di tirare delle visuali, e ad angolo retto e semiretto.***

(Fig. 19). *Soluzione*. Si circoscriverà intorno al predetto territorio un rettangolo ***ABDC*** nel seguente modo. Si piantino prima de'segnali a dell'estremità di esso, ***F***, ***G***, ***P***, ***H***, ***K***, ***N***, ***L***, ***E***, ***M***, i quali saranno tanto più numerosi, quanto più irregolare è la figura. Di poi, fissato il centro della squadra al punto ***F*** dell'angolo più sporgente ch'esiste dalla banda ***EFP***, si allinei una orizzontale ***AFB***. Indi si situerà il centro della squadra in un punto ***A*** della ***AB***, in modo che possano traguardarsi i picchetti *m*, ***F***... per una linea de'quadranti, e

l'altro situato in *E* (punto più sporgente dal lato *LEM*) per l'altra linea. Di poi si allineeranno i punti *E, A* con altri *C*; e sulla direzione *AEC* si determinerà una stazione *C*, da cui possano traguardarsi i picchetti *E, A* per una linea de'quadranti e l'altro *L* (punto più sporgente dal lato *ELN*) per l'altra linea de'quadranti. Indi si allineerà la *CLD*, ed in questa direzione si determinerà un punto *D*, colla condizione che da *D* possano traguardarsi i picchetti in *L* e *C* per mezzo di una linea de'quadranti, e per l'altra il segnale *H* all'estremo *H*, e l'altro in *B* che nel tempo stesso situerà l'aiutante dell'agrimensore, il quale lo allineerà con *H, D* per mezzo di una linea de'quadranti, e co'segnali situati lungo *BFA* per mezzo dell'altra. Terminata questa prima operazione, alla fine della quale troverassi il rettangolo *ABDC* circoscritto alla superficie inaccessibile *FMELNKHPGF*, si trasporterà la squadra nella direzione di *AB*, determinando i punti *m, g, p*, colla condizione che dalla stazione *m* possano traguardarsi con una linea de'quadranti i segnali in *A* ed in *F* (da prolungarsi il raggio visuale, quanto più si può a'segnali situati tra *F* e *B*), e l'altro segnale in *M* coll'altra linea de'quadranti; e che possano dalle stazioni *g, p*... traguardarsi i segnali in *B*, in *F* in *m*... con un linea de'quadranti, e coll'altra i segnali situati in *G, P*... rispettivamente; e così si procederà innanzi per determinare i punti *k, n*, che corrispondono a'segnali *K, N* rispettivamente situati sul terreno. Nel tempo stesso si misureranno colla catena le *Am, mF, Fg, gp, pB* la cui somma dà *AB*; le *AE, EC*..., la cui somma darà *AC*; le *CL, Ln, nk, kD* .., la cui somma darà *CD*, la quale per l'esattezza delle operazioni debbe risultare quanto *AB*. Da ultimo le rette *BH, HD*. . , la cui somma eguale a *BD* debbe risultare eguale ad *AC*. Finalmente si misureranno le perpendicolari *Mm, Gg; Pp, Kk, Nn*..., e le cifre esprimenti le dette lunghezze si segneranno sull'analogo abbozzo accanto a ciascuna di esse, come osservasi nella fig. 19.

Da ultimo le canne e i passi contenuti in *AB* si moltiplicheranno per quelli contenuti in *AC*, e si avrà la superficie del rettangolo *ABDC* in canne o passi quadrati. Si calcoleranno poi i triangoli *CEL*, *LNn*, *FGg*, *FMm*, ed i trapezii *AEMm*, *GPpg*, *BHPp*, *HDkK*, *NKkn* ec., anche in canne o passi quadrati: Se ne farà la somma, la quale si toglierà dal numero ch' esprime le canne o i passi quadrati del rettangolo *ABDC*. La differenza ridotta a moggia legali, o a moggia, quarte, none e quinte, darà la superficie *ELNKHPGFME*. E si noti che, trattandosi di lago, le misure debbono farsi sempre colla catena posta in situazione orizzontale.

Trattandosi poi di bosco, potranno prendersi le misure sul terreno, quando l' andamento del terreno racchiuso nel rettangolo *ABDC* è presso a poco uniforme: ed allora si ha l' effettiva estensione del terreno (1). In altro caso è più regolare di prenderne la projezione orizzontale.

58. (Fig. 20). Potrebbe accadere che non fosse permesso all' agrimensore accostarsi a tutte l' estremità del poligono *ABCDEFGHKL*, potendo esso essere accessibile solamente verso qualcheduno de' suoi estremi *ABCD*, ed inaccessibile nelle altre, o pure inaccessibile da pertutto alle sue estremità. Allora l' agrimensore descriverà nella parte più comoda del terreno che circonda il poligono, il rettangolo *MNPQ*, e ciò nel modo insegnato qui sopra. Compiuto il rettangolo e verificato mercè le condizioni 1.ª $MN=QP$, $MQ=NP$: 2.ª *N* e *Q* visibili nella stazione *M* mercè le due linee de' quadranti; *M*

(1) Che se si volesse l' effettiva estensione di un bosco con varii ed irregolari pendii, allora si misurerà l' inclinazione di ogni pendio, e si ridurrà la pianta, come si è insegnato sopra o pure si penetrerà nel bosco, e si misureranno, come meglio si può, le distanze che servono di elementi alla superficie da calcolarsi, stendendo la catena sullo stesso terreno, e deviandola allorchè si trovano ostacoli, come lo indica la fig. 15, ed è stato insegnato (n. 48, pag. 105).

e *P* visibili in *N* anche per mezzo di due linee de' quadranti, si opererà quanto segue.

In quella parte *ABCD*, ove l'agrimensore potrà accostarsi, pianterà de' picchetti; ed in quelle ove non può portarsi, egli adocchierà qualche marca naturale, come una pietra, una zolla, una ciocca di erba ec. Indi, scorrendo lungo *MN*, ei segnerà con delle marche i punti *a*, *b*, *c*, *d* ec. estremità delle perpendicolari abbassate da *A*, *B*, *C*, *D* ec. sulla *MN*; e lo stesso egli farà per gli altri punti *d'*, *e*, *f*; *f*, *g*, *h*, *k*; *k'*, *l*, *a'*, che determinerà sugli altri lati del rettangolo colla condizione che dalla stazione *e*, per es. veggasi il segnale naturale *E* con una linea de' quadranti, ed i segnali, *N* e *P* coll'altra. In seguito egli misurerà le perpendicolari *Aa*, *Bb*... prese a' punti accessibili, e determinerà le altre *dD*, *eE*... accessibili a' soli punti *d*, *e*... (n. 43). Registrati i valori rispettivi di tutte queste distanze nell'abbozzo simile alla figura del terreno, comincerà il calcolo delle superficie. Cioè si moltiplicherà *MN* per *NP*; e si avrà in canne o in passi quadrati la superficie del rettangolo *MP*. Determinerà poi la superficie de' trapezii *MA*, *aB*, *bC*, *cD*, *dd'*, *d'E*, *eF*, *PF*, *Fg*, *gH*, *HQ*, *kL*, *La'*; e queste superficie egli sommerà, e questa somma ei sottrarrà da quella del rettangolo *MP*. Il residuo si ridurrà a moggia e alle sue aliquote, e si avrà una superficie inaccessibile non solo nel suo mezzo, ma pure in alcuni de' suoi limiti e anche in tutt'i suoi estremi.

59. Se non si potesse girare intorno al poligono, per formare il rettangolo *QMNP* (Fig. 20), come per es. se si trattasse di un lago o di un bosco che da più parti confinasse (Fig. 21) col mare, e con un monte, si opererà nel modo seguente. Supponendo il caso più difficile, cioè che non si potesse operare che dalla sola banda *BCDEF*, e che non fosse permesso di accostarsi a' punti *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G* ec. Si allineeranno i punti *b*, *B*, *A* con una linea de' quadranti e, *b*, *P*.... *gQ* coll' altra; e si determineranno *bA*, *bB* accessibili al solo

punto b (43); si avrà $BA = bA - bB$. Similmente si allineeranno; $ll'L$ con una linea de'quadranti, e $lPb....g$ coll'altra; la $mm'M$ con una linea de'quadranti, e $mPbl....g$ coll'altra. E così si continuerà, misurando in ogni stazione k le kk', kk accessibili ad un solo estremo k, per cui sarà $k'k = kK - kk'$. Di più si misureranno le bl, lm, mk, kc... Si farà nel tempo stesso l'abbozzo simile al poligono $ABCDEFGHIKLMA$, e si segneranno sulle rette rappresentanti rispettivamente BA, $l'L$, $m'M$.... i numeri che esprimono le loro rispettive lunghezze sul terreno. Fatto ciò si calcoleranno

$$ABm'M = (AB + m'M)\frac{bm}{2}; \quad Mm'k'n = (Mm' + nk')\frac{mk}{2},$$

$$nLM = \frac{Mn}{2}(Ll' - Mm) = \frac{mk}{2}(Ll' - Mm); \quad KLn = (Kk - nk)\frac{Lx}{2} =$$

$$(Kk - nk)\frac{lk}{2}; \quad Kk'Cc' = (Kk' + Cc')\frac{kc}{2}; \quad c'CDd' = (c'C + d'D)\frac{dc}{2};$$

$$d'Dii' = (Dd + iI)\frac{di'}{2}, \quad IiEe' = (Ii + Ee')\frac{i'e}{2}; \quad e'Eh'H =$$

$$(e'E + Hh')\frac{eh}{2}; \quad Hh'FG = (h'r + h'F)\frac{Gr}{2} + (Hh' - Gr)\frac{hg}{2} =$$

$$(h'r + h'F)\frac{(Gg - rg)}{2} + \left[Hh - h'h - (Gg - hh')\right]\frac{hg}{2} =$$

$$(h'r + h'F)\frac{(Gg - hh')}{2} + (Hh - Gg)\frac{hg}{2} \text{ ec. ec.}$$

In tal modo si avrà la superficie $ABC....\ HIKLMA$ del lago o del bosco in canne o passi quadrati che si potranno ridurre a moggia e frazioni di moggia.

60. (Fig. 19, 20 e 21). Potrebbe accadere che dentro al territorio vi fosse un lago, un boschetto ec. $mnpqrst$. In tal caso, questo si misurerà collo stesso metodo con cui abbiamo misurato il poligono, rapportandolo alle rette tirate intorno al poligono.

61. (Fig. 19, 20 e 21). *Dato un territorio, formarne la pianta ed orientarla.*

Soluzione. Si prendano le misure del territorio, e si facciano i bozzetti, com'è stato insegnato ne' tre problemi precedenti (46, 47, 48 e 49). Di poi si adotti una scala più o meno lunga, secondo che il territorio è meno o più esteso. Così per es., se si vuole una scala al cinquecentesimo, bisogna che una retta lunga mezzo palmo rappresenti una estensione lineare di 250 palmi sul terreno; per cui la decima parte del palmo, ossia la quinta del mezzo palmo rappresenterà 50 palmi lineari del terreno. Questa retta di mezzo palmo si dividerà in 25 parti eguali, ciascheduna delle quali rappresenterà 10 palmi, ed una delle dette parti si suddividerà in 10 parti eguali, ciascheduna delle quali rappresenterà un palmo. Ciò fatto si descriverà sopra un foglio di carta il rettangolo simile a quelli delle figure (19, 20), prendendo tante parti della scala, quante si troveranno notate accanto a' lati *AB*, *AC* (Fig. 19) nel bozzetto fatto. Di poi si prenderanno sulla stessa scala le lunghezze che si leggono sul medesimo bozzetto accanto ad *AE*, *EC*; *Am*, *mM*; *mF*; *Fg*, *Gg*; *gp*, *pP*; *pB*, *BH*, *HD*; *Dk*, *kK*; *kn*, *nN*; *nL*, *LC*; e si porteranno sul disegno, da *A* in *E*, da *E* in *C*... da *A* in *m*, da *m* sulla perpendicolare *mM* ec. ec. Quando tutte queste rette saranno state riportate per mezzo della scala sul disegno, si avrà il poligono *EMFGPHKNLE*, intorno al quale si troverà circoscritto il rettangolo *ABDC*. Si dividerà *AB* in un numero a piacere di parti eguali, come pure *AC*, e da' punti delle divisioni si faranno passare delle rette parallele ad *AB*, *AC* come vedesi nella Fig. (32), per cui la pianta troverassi divisa in tanti rettangoletti o quadrati: E in ciascheduno di tali rettangoletti si situeranno le particolarità del terreno dichiarate ne' rispettivi bozzetti.

Dentro alla pianta si potranno situare i segni delle case rurali, di qualche pozzo o sorgente di acqua, e delle differenti qualità del terreno. A quale oggetto, trattandosi di casa

o di pozzo *S* (Fig. 19), si determineranno colla squadra e colla misura le distanze *Sh*, *Sh'* di un certo sito di essi da due lati del rettangolo *CD*, *CA* e si segneranno sul disegno queste distanze coll'aiuto della scala prescelta. Trattandosi poi di terreni boscosi, seminatorii, vigneti, magesi, paludi ec., si situeranno le differenti qualità del terreno nello stesso disegno, con la loro estensione e la loro situazione rispetto a' lati de' rettangoli; e co' segni convenzionali conosciuti in topografia, de' quali parleremo in ultimo. (Vedi nella tav. i segni convenzionali I, II, III, IV....). E così si avrà la pianta desiderata.

Se il territorio è accessibile al di dentro, come nella fig. 18, le misure si prenderanno, scorrendo colla squadra lungo una base *AX* (Fig. 18) tirata dentro di esso, com'è stato insegnato al n.° 38: si farà l'abbozzo di cui abbiamo parlato, e coll'aiuto della scala adottata si farà la pianta copiata dall'abbozzo, come qui sopra.

62. Non resta che ad orientare la pianta. A tal oggetto, se si opera col pantografo fornito di bussola, si girerà il semicilindro superiore di questa macchina, finchè l'ago calamitato si situerà nella direzione delle fenditure verticali ed opposte del semicilindro inferiore (nota al n.° 11 pag. 85 e 86). Verificata questa condizione, si traguarderà un punto del terreno, e si tirerà sulla pianta col grafite (Fig. 32) una retta *mp* tra il punto *m* che corrisponde alla stazione del pantografo, e quello che si è traguardato. Indi supponendo nota la declinazione dell'ago magnetico nel luogo sul quale si opera, per es., di $15° \frac{1}{3}$ est (a destra dell' agrimensore, che supponesi volto al nord), si farà a sinistra di *mp* un angolo *pmN* di $15° \frac{1}{3}$ coll' aiuto del semicerchio da tavolino; la retta *NmS* segnerà la direzione de' punti cardinali nord e sud. In man-

canza dell'ago magnetico, l'agrimensore potrà orientare la sua pianta nel seguente modo.

(Fig. 33). Sopra un terreno piano ed orizzontale innalzerà un bastone *SH* verticalmente coll'aiuto della squadra. Di poi, prendendo una corda di due, tre ec. palmi, la fisserà con uno estremo al punto *S*, e tenendo all'altro estremo un chiodo, descriverà l'arco circolare *qr* da quella parte ove dirigesi l'ombra, ed accorciando la corda, descriverà degli altri archi più piccoli, *tu*. .. Indi osserverà prima di mezzogiorno il momento in cui l'ombra di *SH* giunge col suo estremo in *q*, in *t*; e dopo mezzogiorno, in *u*, in *r*...: Dividerà per metà gli archi *qr* in *x*, *tu* in *y* ec.: Tirerà la retta *Syx* pe' punti *S*, *y*, *x*..., e se effettivamente questi punti si troveranno per diritto, sarà segno di aver ben operato. In tal caso la *SN* sarà la meridiana del luogo, che perciò si dirigerà a' punti cardinali nord-sud. E non resterà che a tirare sul disegno la retta che corrisponde ad *SN* sul terreno.

In mancanza di ogni altro mezzo, l'agrimensore proccurerà di avere un buon orologio, e lo regolerà con altro di conosciuta esattezza il giorno stesso, in cui dee operare sul terreno; o col tramonto del sole (il sole tramonta ne' luoghi di orizzonte aperto alle 23 ore $\frac{1}{2}$ italiane), il giorno precedente. Di poi pianterà sullo stesso territorio un bastone verticale, ed osserverà la direzione dell'ombra all'istante preciso di mezzogiorno. Indi tirerà sulla pianta (Fig. 32) la linea *NS* pe' due punti che corrispondono sul terreno a quelli pe' quali passa l'ombra di mezzodì, ossia la meridiana; e la pianta rimarrà orientata.

63. ***Data una pianta che manca di scala, si domanda di costruire quella che corrisponda al rapporto fra le rispettive dimensioni della pianta e del territorio.***

(Fig. 32). *Soluzione*. Si apra il compasso di mezzo palmo, per es., e si porterà sulla pianta, notando i luoghi segnati dalle punte del compasso. Si andrà sul terreno, e si misurerà

la distanza di detti luoghi. Supponiamo che tra essi vi sia una distanza di 500 palmi; allora 500 palmi del terreno saranno rappresentati da mezzo palmo sulla pianta, e perciò 1000 palmi da un palmo: Adunque questa è stata levata colla scala al millesimo. Quindi tirata una retta *SR* di mezzo palmo a piè dalla pianta, si dividerà in 10 parti eguali, e la prima o l'ultima di queste parti si suddividerà in dieci parti eguali nel modo insegnato (n.° 5). Si avrà così la scala desiderata, in modocchè ognuna delle parti rappresenterà 50 palmi del terreno, e la decima parte di una di queste, 5 palmi.

64. *Data la pianta di un terreno, sulla quale manca qualche punto importante del terreno medesimo, si domanda situarvelo.*

(Fig. 19). *Soluzione.* Supponiamo che voglia situarsi l'oggetto *S* che manca nella pianta. Si prenderanno sul terreno le distanze *Sh*, *Sh'* di tale oggetto da'lati *CD*, *CA* del rettangolo circoscritto al territorio; e portate queste distanze in *h*, *h'* sulla pianta coll'aiuto della scala, si tireranno sulla stessa pianta le rette *hS*, *h'S*; ed il punto *S*, ove le precedenti rette si uniranno, sarà quello che indicherà la posizione dell'oggetto che si desiderava.

Della divisione de' territorii in data ragione (*a*).

65. *Dato un territorio di forma triangolare ABC, dividerlo in data ragione.*

(Fig. 22). *Soluzione.* Supponiamo che il territorio com-

(*a*) Ce probleme, dice Francoeur (Géodesie pag. 57 paragrafo 4) n'est pas sans difficultés, surtout lorsqu'il comprend des conditions particulières...: comme lorsqu'il s'agit de faire aboutir les sentiers de separation à un point determiné, tel qu'un puits commun, une porte, une voie publique etc. Questo dottissimo matematico francese non ne dà che un sol esempio, il quale, com'egli dice, non è che una serie di saggi (une suite d'essais); comunque egli soggiunga che il suo metodo sia breve in pratica; il che potrà esser vero, avuto però riguardo all'esempio per lui prescelto,

prenda 100 moggia, e che debba dividersi fra tre persone colla seguente legge: che la prima persona prenda separatamente un quarto di esso, e'l quinto di quello che resta. Che la seconda persona abbia un altro quarto dell'intero territorio, e'l terzo di quello che resta. Che ciocchè rimane, dopo avere tolte le parti della prima e della seconda persona, sia la terza porzione. Dietro di questa legge, le parti saranno

1.ª... 25 moggia $+ \frac{75}{5} = 25 + 15 = 40$ moggia

2.ª... $25 + \frac{1}{3}$ di 35 (*a*) $= 25 + 11\frac{2}{3} =$ moggia $36\frac{2}{3}$

3.ª... moggia $23\frac{1}{3}$.

Si tratta dunque di dividere un territorio di 100 moggia in tre parti, una di 40 moggia, una di moggia $36\frac{2}{3}$ e la terza di moggia $23\frac{1}{3}$.

Se mancasse la pianta, questa prima si leverà; e supponiamo che ABC sia la pianta di detto territorio; e che le divisioni debbano avere un punto B di comune.

ch'è uno de'casi particolari più facili. Noi abbiamo quì proccurato di darne una soluzione generalissima e geometrica, la quale crediamo tanto più semplice e elementare, in quanto che abbiamo dedotta questa teorica da un sol principio, l'eguaglianza de' triangoli che hanno la stessa base e la stess' altezza.

(*a*) Tolto da 100 moggia la parte del 1.° ch'è 40 moggia, rimangono 60 moggia: da 60 tolto 25 moggia, ch'è il quarto di 100, rimangono 35 moggia; il cui terzo $\frac{35}{3} = 11\frac{2}{3}$. Cosicchè la seconda parte è $25 + 11\frac{2}{3} = 36\frac{2}{3}$ moggia. E la terza è $100 - 40 - 36\frac{2}{3} = 23\frac{1}{3}$.

Da A s'innalzerà una perpendicolare Am ad AB; e si farà $\frac{AB.Am}{2} = 40$ moggia (parte del 1.°). Si ridurranno queste moggia a palmi quadrati, moltiplicandoli per $900 \left(\frac{22}{3}\right)^2 =$ 48400 se sono moggia antiche, e per 10000 se sono moggia legali e poi si farà

$$Am = \frac{2.40.48400}{AB}, \text{ o pure } Am = \frac{2.40.10000}{AB}.$$

In questo modo si avrà Am in palmi. Quindi sulla scala della pianta si prenda una lunghezza, quanto è il numero che corrisponde ad Am, e si porti da A in m sulla perpendicolare Am. Di poi da m si tiri mn parallela ad AB, e si uniscano Bm, Bn; sarà $ABn = ABm = 40$ moggia.

Per aver la seconda parte, innalzisi np perpendicolare su di Bn, e facciasi $\frac{Bn.np}{2} =$ mog. $36 \frac{2}{3}$ (seconda parte); e determinato nello stesso modo np in palmi, da p tirisi pr parallela a Bn, e congiungansi Br, Bp; sarà

$$Brn = Bpn = 36 \frac{2}{3} \text{ moggia.}$$

La terza parte sarà BrC. Non resta che a fare sul terreno le operazioni corrispondenti fatte sulla carta, e segnare i limiti che corrispondono a Bn, Br. Se le parti fossero più di tre, si potrebbe continuare nello stesso modo.

Se le parti dovessero essere eguali, ciascheduna di esse sarà $33 \frac{1}{3}$: Quindi per determinare Am si farà

$\frac{AB.Am}{2} = 33 \frac{1}{3}$; e per determinare np, si farà $\frac{Bn.np}{2} = 33 \frac{1}{3}$;

ed il resto sarà come qui sopra.

66. (Fig. 23). Se il punto, d'onde debbono cominciare le divisioni, fossero sopra un lato O, si unisca BO, e si elevi su di essa da B la perpendicolare mBm'. Se ABO fosse eguale alla prima parte, la seconda, la terza.... si distaccheranno da OBC, facendo $\frac{OB.Bm}{2}$ = alla seconda parte, e determinando Bm, come qui sopra si è fatto. Se ABO è minore della prima parte, si faccia $\frac{OB.Bm}{2}=p$, indicando con p ciocchè manca ad ABO per giungere alla prima parte; e determinata $Bm=\frac{2p}{OB}$, e tirata da m la parallela mn ad OB, si uniscano Om, On; sarà $BnO=BmO=p$ ch'è la predetta parte mancante, per cui la prima parte sarà $ABnO$. Se poi ABO è maggiore della prima parte, si faccia $\frac{Bm'.OB}{2}=e$, indicando e la parte eccedente, e determinata Bm', si tiri da m' la parallela $m'n'$ a BO, sarà $BOn'=BOm'=e$ ch'è la predetta parte eccedente: onde in questo caso la prima parte sarà AOn'.

Per avere la seconda porzione nell'ipotesi che $ABnO$ sia la prima parte, s'innalzi np perpendicolare a On, e si faccia $\frac{On.np}{2}=s$, valore della seconda parte: indi determinata $np=\frac{2s}{On}$, e tirata da p la pr parallela a On, si uniscano Op, Or; sarà $rOn=pOn=s$ ch'è la predetta seconda parte; ed OrC sarà la terza. E se fossero più parti, si eleverebbe da r la perpendicolare ad Or, e l'operazione continuerebbe innanzi nello stesso modo.

Se la prima parte fosse stata AOn'; conoscendosi AOB, sarebbe noto il residuo $n'OB$. Quindi elevando Bm perpendicolare ad OB, si farebbe $\frac{BO.Bm}{2}=r$, indicando con r ciocchè

manca ad $n'OB$ per giungere alla seconda parte: per cui determinata $Bm = \frac{2r}{BO}$, e tirata mn parallela a BO, unendo On, Om, la seconda parte sarebbe $n'OnB$. E così l'operazione procederebbe innanzi.

67. (Fig. 24). Se il punto comune, da cui dee cominciare la divisione, sia in mezzo della figura come in O, si uniranno le OA, OB, OC, e, tirate le perpendicolari Oh, Ok, Oq rispettivamente ad AC, AB, BC, si calcoleranno i triangoli $AOC = \frac{AC\ Oh}{2}$; $AOB = \frac{AB.Ok}{2}$, $BOC = \frac{BC.Oq}{2}$. Supponiamo che il triangolo AOC sia maggiore della prima parte, allora si eleverà una perpendicolare Am da A sopra AO (o da C sopra CO); e determinata Am, colla condizione che sia $\frac{AO.Am}{2} = e$, indicando con e ciò di cui AOC eccede la prima parte, si tiri da m la mn parallela ad AO, e si congiungano Om, On, sarà $OAn = OAm = e$, ch'è la predetta parte eccedente, e perciò COn sarà la prima parte.

Per aver la seconda parte, supponiamo che $AOn + AOB$ manchino da essa di una quantità q, si eleverà da B una perpendicolare Bp a BO, e determinata Bp colla condizione che sia $\frac{BO.Bp}{2} = q$, e tirata da p la pr parallela a BO, si uniscano Op, Or; sarà $OrB = OpB = q$; e perciò la seconda parte sarà $AnOrB = AOn + AOB + BOr$. Il rimanente rOC sarà la terza parte. Essendo più di tre parti, si continuerà l'operazione con innalzare da r una perpendicolare ad Or, e facendo poi lo stesso che si è insegnato quì sopra.

Se il triangolo AOC fosse stato minore della prima parte di una quantità g, la perpendicolare ad AO avrebbe dovuto essere Am'; la parallela ad AO la $m'n'$; ed $An'O = Am'O = g$ la porzione da aggiungere a CAO, per avere la prima parte

$CAn'O = AOC + AOn'$. Il resto della operazione sarebbesi continuato come qui sopra.

Terminate tutte queste operazioni sulla carta, non rimane che a fare le analoghe sul terreno e segnare i limiti tra le parti.

Se le divisioni dovessero cominciare da un punto qualunque preso ad arbitrio, la quistione si ridurrà ad uno de' tre casi precedenti (65, 66, 67).

68. (Fig. 25). Siccome rarissime volte i territorii possono risolversi in triangoli tutti rettilinei: che anzi il più delle volte sono terminati da limiti curvilinei, come *ApnmB* ..., perciò, le soluzioni precedenti debbono essere il più delle volte completate colla determinazione degli spazii curvilinei *BmnpAB* ec., da aggiungersi a quelle parti alle quali sono contigue. Si comincerà adunque a descrivere in mezzo alla pianta *ApmBrqsChkyA* il triangolo *ABC;* e poi si procederà a determinare gli spazietti curvilinei *ApnmB*, *BrqsLC*, ec. come è stato insegnato (56, 2.°). Ciò fatto, e supponendosi, per es., che trattisi della divisione segnata nella fig. 22, in tal caso lo spazio *ApnmB* (Fig. 25) dovrà far parte della prima porzione. Quindi elevata Ag perpendicolare ad AB, la detta Ag si determinerà colla condizione che sia $ApnmB + \frac{AB.Ag}{2} =$ alla prima parte; indi, tirata gt parallela ad AB, la prima porzione sarà *BmnpAtB*. Ma questa porzione esce fuori dal limite *Aly*, e non giunge all'altro *yxu;* cosicchè ha di più lo spazietto *Ayl*, e di meno *yut*. Per ridurre perciò la prima porzione al limite *Alyu* del territorio, si misureranno gli spazietti *Aly*, *ytu*, e si prenderà la differenza $ytu - Ayl$. Se questa è positiva, bisognerà aggiungere alla prima parte un triangoletto tBx' eguale alla predetta differenza: s'è negativa se ne distaccherà il triangoletto tBx eguale alla predetta differenza. Così facendo la prima porzione sarà, nel primo caso *ApnmBx'ylA*, e nel secondo *BmnpAlyxB*. Similmente si de-

terminerà la seconda porzione, innalzandosi la perpendicolare ti a Bt, e determinandosi questa colla condizione $\frac{Bt.ti}{2}=$ alla seconda porzione, tirando iz parallela Bt; sarà $Bit = Bzt$ e questa si ridurrà a divenire $xBiohkx$; o pure $x'Biohkx'$, come si è praticato nel determinare la prima parte. Così si continuerà e l'ultima parte sarà ciocchè resta.

Questo esempio basta per sapersi regolare in qualunque altro caso simile. E non rimarrà che a fare le analoghe operazioni sul terreno per segnare i limiti di ogni parte.

69. (Fig. 26). *Dividere il triangolo ABC in data ragione con delle rette che tagliano CA, CB.*

Soluzione. Supponiamo che il triangolo comprenda 100 moggia, e che debba dividersi in tre parti, 40 moggia, 36 moggia, e 24. Innalzisi da C la perpendicolare Cpq a CB. Prendasi in CB un punto m; e facciasi $\frac{Cm.Cp}{2}=40$ moggia. Si determini, dietro di questa equazione, Cp in canne o in passi, e da p tirisi pl parallela a Cm. Si uniscano pm, lm; sarà $Clm = Cpm = 40$ moggia. Per avere la seconda parte, poichè la prima unita alla seconda dà 76 moggia prendasi il punto n nella CB, e facciasi $\frac{Cn.Cq}{2}=76$ moggia. Si determini per mezzo di questa equazione $Cq=\frac{152^{\text{mog.}}}{Cn}=\frac{15200 \text{ can. quadr.}}{Cn \text{ data in canne}}$; (supponendole moggia logali; altrimenti si moltiplicherebbe 152 per 900 passi quadrati); e si tiri qh parallela a CB; si uniscano qn, hn; sarà $Chn = Cqn = \frac{Cn.Cq}{2}=76$ moggia: per cui sarà $lhnm = 36$ moggia. Così si continuerà e la rimanente parte $AhnB$ sarà la ultima.

I punti m, n, essendo stati presi ad arbitrio, si può prenderli, quando occorre, in modo da soddisfare a qualche con-

dizione; per es., se la prima e la seconda parte dovessero avere di comune un limite m, il punto m non sarà più arbitrario, ma dipenderà dalla posizione di tale limite.

70. (Fig. 27). Se si dovesse dividere un quadrilatero $ADCB$ o un poligono qualunque in data ragione e nello stesso modo, si divida esso in triangoli per mezzo di diagonali DB ec. Si divida BDC nelle parti pDm, $qnCB$ secondo le condizioni del problema, e nel modo insegnato nel paragrafo precedente. Di poi innalzata da D la perpendicolare Dhk a DB, facciasi $\frac{Dp.Dh}{2}$ = a ciocchè manca per eguagliare la prima parte; e determinata Dh, si unisca hp; si tiri hr parallela a Dp, e si unisca rp; sarà $Drp = Dhp$ = alla predetta parte mancante: cosicchè la prima parte sarà $DmprD$. Per distaccare la seconda parte, facciasi $\frac{Dq.Dk}{2}$ = ciò di cui manca Dnq per eguagliare la somma della prima e della seconda parte; indi si determini $Dk = 2\frac{Dnq}{Dq}$: si tiri da k la parallela ks a DB; e si uniscano kq, sq; sarà $Dkq = Dsq$ = alla predetta parte mancante; cosicchè la seconda parte sarà $mprsqn$; e così continuando l'ultima sarà $AsqnCB$: e queste parti avranno fra loro la data ragione.

Nello stesso modo potrà continuarsi, sì allorchè le parti saranno più di tre, sì quando le parti saranno eguali; come pure quando il poligono avrà un numero qualunque di lati, prendendo per basi de' triangoli che poggiano sopra DA, le Dr, Ds. . .; e per basi de' triangoli che poggiano sopra DC, la Dm, Dn, nello stesso modo che si sono presi Dp, Dq per basi de' triangoli Drp, Drq.

(Fig. 28). Questo problema è utile, quando dovesse dividersi a più persone un territorio che avesse una parte ABC seminatoria, una parte EBC pratense, un'altra CBD bosco-

sa ec.; in modo che ognuno abbia la corrispondente porzione delle differenti qualità di terreno. La prima parte sarà *Bnhkp;* la seconda *mrsqpkhn;* la terza *AECDqsrm.*

. 71. (Fig. 29). *Dato il territorio ABCDEFA di figura poligonale; si domanda dividerlo in un numero qualunque di parti che siano tra loro nella data ragione di m: n: p: q; e che di più tutte le parti abbiano un punto di comune, come per es., un pozzo, una porta ec.*

Soluzione. Il punto, ove le parti debbono unirsi, sia sulle prime sopra uno de' lati *AB*, come in *O*. Se non esiste la pianta o il disegno effettivo dell' estensione del territorio, l' agrimensore la formerà; e sia questa *ABCDEFA* fornita della corrispondente scala. Si uniscano i vertici *F, E, D, C* del poligono col punto *O* per mezzo delle rette *FO, EO, DO, CO.* Chiamisi *S* la superficie del territorio, la prima parte sarà $\frac{mS}{m+n+p+q}$; la seconda $\frac{nS}{m+n+p+q}$; la terza $\frac{pS}{m+n+p+q}$; la quarta $\frac{qS}{m+n+p+q}$ ec.; cosicchè, se le parti debbono essere eguali, sarà in tal caso $m=n=p=q...$; ad ogni parte risultarà $\frac{S}{\text{numero delle parti}}$. Facciamone un'applicazione.

Sia il territorio di 100 moggia, che debba dividersi tra quattro persone *A, B, C, D* nel seguente modo. Si facciano tre parti eguali della metà di esso, ossia di 50 moggia; delle quali tre parti, due debbano cedere a benefizio di *A*, ed una a *B:* ognuna di queste tre parti sarà la sesta parte dell'intero territorio; e due parti saranno $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$. L' altra metà debba dividersi in quattro parti eguali, ciascheduna delle quali sarà l' ottava parte dell'intero territorio. Supponiamo che di queste ultime parti, una dee darsi ad *A*, una a *B*, una e un terzo

a *C;* e le altre due terze parti a *D*. Secondo questa legge le parti di *A*, di *B*, di *C*, di *D* saranno le seguenti.

Ad *A* spettano due terze parti della metà $\left(\frac{2}{3}\text{ di }\frac{1}{2}=\frac{1}{3}\right)$, insieme all'ottava parte dell'intero territorio; cioè $\frac{1}{3}+\frac{1}{8}=\frac{8+3}{24}=\frac{11}{24}$: sicchè la parte di *A* sarà $\frac{11}{24}$ di 100 moggia, ossia $=45\frac{5}{6}$ di moggia.

Spetta a *B* la terza parte della metà $\left(\frac{1}{3}\text{ di }\frac{1}{2}=\frac{1}{6}\right)$ insieme coll'ottava parte dell'intero territorio, cioè $\frac{1}{6}+\frac{1}{8}=\frac{4+3}{24}=\frac{7}{24}$ di 100 mog. $=29\frac{1}{6}$ di moggia.

Spetterà a *C* la quarta parte della metà $\left(\frac{1}{4}\text{ di }\frac{1}{2}=\frac{1}{8}\right)$ insieme alla terza parte dell'ottava; cioè $\frac{1}{8}+\frac{1}{3}\text{ di }\frac{1}{8}=\frac{1}{8}+\frac{1}{24}=\frac{4}{24}=\frac{1}{6}$ di 100 mog. $=16\frac{2}{3}$ di moggia.

Finalmente ricadano a *D* due terze parti dell'ottava; cioè $\frac{2}{3}\text{ di }\frac{1}{8}=\frac{2}{24}=\frac{1}{12}$ di 100 mog. $=8$ moggia $\frac{1}{3}$.

Così i rapporti delle parti sono di $45\frac{5}{6}:29\frac{1}{6}:16\frac{4}{6}:8\frac{2}{6}$; cioè di $\frac{275}{6}:\frac{175}{6}:\frac{100}{6}:\frac{50}{6}$; e dividendo per 25, di $11:7:4:2$ indicate quì sopra da $m:n:p:q$.

Trattasi dunque di dividere un territorio di 100 moggia in quattro parti, la prima di moggia $45\frac{5}{6}=45{,}83$; la seconda

di moggia $29\frac{1}{6}$ ossia 29,17; la terza di moggia $16\frac{2}{3}=16,67$; e la quarta di moggia $8\frac{1}{3}=8,33$.

Ciò fatto, abbassando su di *OF*, *OE*, *OD*, *OC* da' vertici degli angoli del poligono ad essi opposti le rispettive perpendicolari *Am*, *Fn*, *Ep*, *Cq*, *Br*, si portino sulla scala le *FO* ed *Am*; *OE* ed *Fn*; *OD* ed *Ep*; *Cq*; *OC* e *Br*; e si calcolino separatamente le superficie de' triangoli *FAO*, *OFE*, *OED*, *ODC*, *OBC*, le quali supponiamo essere

$$AFO = 10 \text{ mog. } \frac{2}{3};\ OFE = 22 \text{ mog. } \frac{1}{6};\ OED = 28 \text{ mog. } \frac{1}{2};$$

$$ODC = 25 \text{ mog. } \frac{1}{3};\ OBC = 13 \text{ mog. } \frac{1}{3};$$ la cui somma è 100.

E poichè i due primi triangoli formano insieme 32 moggia $\frac{5}{6}$, ed il triangolo *OED* è 28 moggia $\frac{1}{2}$, dovendo la porzione di *A* essere 45 mog. $\frac{5}{6}$; bisognerà distaccare dal terzo triangolo *OED* altri 13 moggia contigue alla superficie *AOEF*, onde avere la parte di *A*. A tal oggetto s'innalzi da *E* la perpendicolare *Ex* ad *EO*; e facciasi $Ex = \dfrac{13 \text{ mog.}}{\frac{1}{2} OE}$. Si riducano le 13 moggia a passi quadrati (moltiplicandoli per 900, o, seguendo la nuova divisione metrica, a canne quadrate con moltiplicarli per 100, o pure a palmi quadrati moltiplicandoli per 10000); e ponendo per *OE* il suo valore avuto, con averlo portato sulla scala di passi, o di canne, si avrà la lunghezza di *Ex* a passi, o pure a canne o palmi lineari. Quindi si prenda sulla scala della pianta una lunghezza

eguale a questo valore, e si porti su di Ex da E in x. Da x si meni lxh parallela ad EO, e si congiungano hO, xO; sarà $OEh = OEx = 13$ moggia; e perciò $AOhEF = AOF + FOE + + EOh = 10\frac{2}{3} + 22\frac{1}{6} + 13 = 45\frac{5}{6}$; per cui $AOhEFA$ sarà la parte di A. Per avere la seconda porzione spettante a B; essendo OED eguale a 28 moggia $\frac{1}{2}$; tolto $EOh = 13$ moggia, rimarrà $hOD = 15$ moggia $\frac{1}{2}$; ma la porzione di B dee essere di 29 moggia $\frac{1}{6}$; adunque bisognerà distaccare dal triangolo DOC ciocchè manca a 15 moggia $\frac{1}{2}$ per arrivare a $29\frac{1}{6}$; cioè $29\frac{1}{6} - 15\frac{1}{2} = 28\frac{7}{6} - 15\frac{3}{6} = 13\frac{4}{6} = 13\frac{2}{3}$ moggia. A tal oggetto elevisi da D la perpendicolare Dy a DO, e prendasi $Dy = \frac{2 \,.\, 13\frac{2}{3}}{DO} = \frac{82 \text{ mog.}}{3\,DO}$; e ridotte le moggia e DO alla stessa unità relativa di passi o canne, si avrà la lunghezza di Dy. Da y si tirerà la yks parallela a OD, ed uniti i punti k ed y col punto O, sarà $DkO = DyO =$ moggia $13\frac{2}{3}$; per cui si avrà $hOkD = hOD + DOk = 15$ mog. $\frac{1}{2} + 13\frac{2}{3} = 29$ moggia $\frac{1}{6}$; cioè sarà $hOkD$ la parte di B.

Per distaccare dal territorio la parte di C ch'è di 16 moggia $\frac{2}{3}$, essendo la parte residua $kOC = DOC - DOk =$ mog-

gia $25\frac{1}{3} - 13\frac{2}{3} = 24\frac{4}{3} - 13\frac{2}{3} = 11\frac{2}{3}$ moggia, bisognerà distaccare dal triangolo *COB* cinque moggia, le quali unite alla $11\frac{2}{3}$, fanno la parte di *C* $\left(\text{cioè } 16 \text{ moggia } \frac{2}{3}\right)$. A tale oggetto si elevi da *C* la *Cz* perpendicolare a *CO*, e presa $Cz = \frac{2.5 \text{ mog.}}{CO} = \frac{10 \text{ mog.}}{CO}$; e ridotte le 10 moggia e *CO* alla stessa unità, cioè i primi a passi quadrati, e *CO* a passi lineari; o, secondo il sistema metrico napoletano, ridotte le 10 moggia a canne o palmi quadrati e la *CO* a canne o palmi legali, si avrà la lunghezza di *Cz* che, presa sulla scala, si porterà da *C* fino a *z* sulla *Cz*. Da *z* si tirerà la *zu* parallela a *CO*, e si uniranno le *Oz*, *Ou*, per cui sarà $OuC = OzC = 5$ moggia; e perciò $OuCk = OkC + Cuo = 11$ moggia $\frac{2}{3} + 5$ moggia $= 16$ moggia $\frac{2}{3}$, ch'è la parte di *C*. La parte residuale *OBu* sarà quella che spetta a *D*, la quale potrà misurarsi per compruovare l'esattezza dell'operazione; poichè se, tirando *Bi* perpendicolare sopra di *Ou*, risulti $\frac{Ou.Bi}{2} = 8$ moggia $\frac{1}{3}$; avremo una pruova dell'esattezza dell'operazione.

Terminate queste operazioni sulla carta, l'agrimensore si porterà sul terreno; e nella direzione di *ED* misurerà da *E* fino ad *h* tanti passi o nuove canne quante ne conterrà *Eh*; e lungo *Oh* porrà de'segnali che serviranno di limite tra la parte di *A* e quella di *B*.

Parimente misurerà nella direzione di *DC* da *D* a *k* tanti passi o canne legali, quante ne avrà determinate per *Dk*, e lungo *Ok* segnerà il limite tra la porzione di *B* e quella di *C*.

Finalmente, prendendo nella direzione di *CB* da *C* ad *u* tanti passi o canne legali, quante ne avrà determinata per *Cu*,

segnerà il confine *Ou* tra la parte di *C* e quella di *D*. E così sarà terminata l'operazione.

Si noti che se trattasi dell'effettiva superficie del territorio, le parti *Eh*, *Dk*, *Cu* si misureranno sullo stesso terreno. Se poi si tratta di pianta, le predette parti si prenderanno sulle orizzontali da *E* a *D*, da *D* a *C*, da *C* a *B* ec.

Se sopra qualche limite *AF*, *FE*, *ED* vi fossero delle ineguaglianze o tortuosità come nella fig. 25; dopo averne determinata la superficie, come abbiamo ivi detto, si avrà conto di questa nella calcolazione e nel distaccamento delle parti come nello stesso luogo (§ 58) abbiamo fatto.

72. (Fig. 30). Se il punto comune alle parti dovesse essere all'estremità di uno degli angoli *A* del territorio *ABCDEF*, unite le *AE*, *AD*, *AC*; ed abbassate le perpendicolari *Fn*, *Ep*, *Cq*, *Br* rispettivamente sopra tali rette da *F*, *E*, *C*, *B*, si calcoleranno i triangoli *AFE*, *AED*, *ADC*, *ABC*; (n.° 17); e supponendo, come precedentemente, che il primo triangolo *AFE* sia minore della prima parte, s'innalzerà *Ex* perpendicolare ad *AE*, e tagliata *Ex* in modo che sia $AE \cdot \frac{1}{2} Ex =$ a ciocchè manca ad *AFE* per completare la prima parte; e determinata *Ex*, e presa la sua lunghezza sulla scala detta pianta, si tirerà da *x* la *hxl* parallela ad *AE*, e si congiungeranno *Ah*, *Ax*; per cui sarà il triangolo $AxE = AhE =$ alla predetta parte mancante, e perciò la prima parte sarà *AFEhA*.

Similmente si avrà la seconda parte (che supporremo maggiore di *AhD*), distaccando dal triangolo *ADC* la parte *ADk* eguale a ciocchè manca ad *AhD* per la seconda parte: lo che si farà, come nel problema precedente, innalzando *Dy* perpendicolare a *DA*, e facendo $AD \cdot \frac{1}{2} Dy =$ alla predetta parte mancante; tirando la *yks* parallela ad *AD*, ed unendo *Ak*, *Ay*: La seconda parte sarà *AhDkA*.

E per la terza parte, supponendo AkC minore di essa di p, s'innalzerà Cz perpendicolare ad AC, e si farà $\frac{AC.Cz}{2}=p$: quindi si tirerà zu parallela a CA, e si uniranno Au, Az. Laonde $AkCu$ sarà (essendo $Auc=AzC=p$) la superficie della terza parte, ed AuB la quarta ec. E non rimarrà che ad eseguire sullo stesso terreno le operazioni convenienti per istabilire i confini, Ah tra la prima e la seconda parte, Ak tra la seconda e la terza, ed Au tra la terza e la quarta parte.

Se uno de' triangoli, per es. AFE, fosse maggiore di ciocchè si cerca, la perpendicolare ad EA s'innalzerà dalla parte opposta come Ex', e determinato il punto x' colla condizione che sia $\frac{AE.Ax'}{2}=$ all'eccesso predetto, si tirerà la parallela $x'h'$ ad AE, e si uniranno le Ah', Ax'; per cui essendo $AEx'=AEh'$, sarà $AFE-AEx'=AFE-AEh'=AFh'$. Nello stesso modo si farebbe, qualora AhD fosse maggiore della seconda parte, di q: Cioè si alzerebbe la perpendicolare Dy' ad AD, o tagliata Dy' in modo che sia $\frac{AD.Dy'}{2}=q$, si tirerà $y'h'$ parallela a AD, e si uniranno $y'A$, $k'A$; per cui la seconda parte sarà $AhD-Ay'D=AhD-Ak'D=Ahk'$.

Quando si è distaccata la parte $Ah'F$ eguale alla prima porzione; la seconda porzione potrà aversi in due modi. Cioè supponiamo che $Ah'E$ sia di 5 moggia; che la seconda porzione debba essere di 37 moggia $\frac{1}{2}$; e che il triangolo AED sian di 41 moggia $\frac{3}{4}$. In tal caso o si distaccherà da AED il triangolo $ADk'=32$ moggia $\frac{1}{2}$; per cui sarà $Ah'Ek'A=$ $Ah'E+EAk'=5$ moggia $+$ 32 moggia $\frac{1}{2}=$ 37 moggia $\frac{1}{2}$: o

pure, essendo $AED = 41$ moggia $\frac{3}{4}$, e dovendosi unire ad AEh' una superficie AEk' di 32 moggia $\frac{1}{2}$, sarà il residuo $Ak'D = 9$ moggia $\frac{1}{4}$; per cui si distaccherà da ADE il triangolo $ADk' = 9$ moggia $\frac{1}{4}$: Cosicchè essendo $Ah'ED = 5$ moggia $+ 41\ \frac{3}{4}$, sarà $Ah'Ek' = Ah'ED - Ak'D = 46$ moggia $\frac{3}{4} - 9\ \frac{1}{4} = 37$ moggia $\frac{1}{2}$, ch'è eguale alla seconda porzione. Similmente potrà continuarsi per avere le altre porzioni. Ed è chiaro che queste osservazioni risguardano anche il caso precedente; cioè quando il punto *O* (Fig. 29), da cui debbono cominciare le divisioni, cade sopra un lato *AB* diverso da *A*.

73. (Fig. 31). Se il punto comune dovesse essere dentro la superficie del poligono, come in *O*, supponendo che *ABCDEF* sia la pianta del territorio, si tireranno da *O* le rette *OA*, *OB*, *OC*, *OD*, *OE*, *OF* agli angoli del poligono: e si calcoleranno i triangoli *AOB*, *BOC*, *COD*, *DOF*, *EOF*, le cui superficie siano rispettivamente moggia, 32,12; 38,53; 43,63; 48,27; 49,82; 35,15. Supponiamo che si debba dividere il territorio in tre parti espresse rispettivamente da moggia 50,87; 90,83; 105,82, la cui somma 247,52 esprimerà la superficie intera del territorio. Suppongasi parimente che la operazione cominci da *ABO*, la cui superficie è moggia 32,12. Per avere la prima porzione (mog. 50,87), bisognerà distaccare dal secondo triangolo *BOC* (ch'è di moggia 38,53), una porzione eguale a moggia 18,75, unita la quale ad AOB=32,12, si formano moggia 50,87, ch'è la parte del

primo. A tal oggetto dal punto B s'innalzi Bm perpendicolare a OB; e si faccia $\frac{BO.Bm}{2}$ = moggia 18,75: onde sarà

$Bm = \frac{37{,}50 \text{ mog. legali}}{BO} = \frac{3750 \text{ canne quadrate legali}}{\text{per le canne contenute in } BO}$. Ciò fatto si prenda Bm eguale a questa quantità sulla scala della pianta, e si tiri da m la mp parallela a BO, e si uniscano mO, pO; sarà $BmO = BpO$ = moggia 18,75: e perciò la prima parte sarà $AOpB$. Ed essendo BOC = moggia 38,53, tolto da esso BOp = moggia 18,75, rimarrà pOC = moggia 19,78: Ma la seconda porzione dee contenere moggia 90,83; sicchè bisognerà prendere da' triangoli che seguono moggia 71,05 = 90,83 — 19,78; ma il triangolo OCD = moggia 43,63; adunque bisognerà prendere dal triangolo DOE moggia 71,05 — 43,63; cioè moggia 27,42. A tal oggetto s'innalzi Dl perpendicolare ad OD; e facciasi $\frac{OD.Dl}{2}$ = moggia 27,42; sarà Dl = moggia $\frac{54{,}84}{OD} = \frac{5484 \text{ canne legali quadrate}}{\text{per le canne conten. in } OD}$. Di poi si tiri da l la lr parallela ad OD, e si uniscano OL, Or; sarà $OlD = OrD$ = moggia 27,42. Quindi $OpCDrO = OpC + COD + DOr$ = moggia 19,78 + 43,63 + 27,42 = moggia 90,83 (pari alla seconda porzione). Ciocchè resta $AOrEFA$ comprenderà moggia 105,82 ch'è la terza parte. Ed il problema sarà sciolto sulla carta. Per eseguire poi la effettiva divisione, bisogna andare sopra lo stesso territorio, ove si segnerà il confine Op tra la prima parte e la seconda, l'altro Or tra la seconda e la terza, e AO sarà il limite tra la prima e la terza parte; per cui tutta l'operazione sarà compiuta.

Lo stesso si praticherà quando le parti debbono essere eguali, o quando le parti saranno più di tre.

Della maniera di copiare le piante.

Prenozioni. I. Due figure o poligoni sono *simili* quando hanno gli angoli eguali e i lati intorno agli angoli eguali proporzionali (detti perciò lati omologhi): Epperò i due rettangoli (Fig. 32) AC, ac, avendo entrambi gli angoli retti, saranno simili se sarà $AB : BC : CD : DA = ab : bc : cd : da$.

II. I *poligoni simili* sono fra loro come i quadrati de' lati omologhi, cioè $ABCD : abcd = AB^2 : ab^2 = BC^2 : bc^2$.

Epperò noto AC, $AB = A$, $ab = a$ sarà $A^2 : a^2 = AC : ac = AC \cdot \frac{a^2}{A^2}$ onde conoscendo di due figure simili la superficie di una sola e due lati omologhi, non sarà necessario di calcolare direttamente l'altra, ch'è la quarta proporzionale in ordine al quadrato di due lati omologhi (del primo poligono al secondo) e della superficie del poligono noto.

III. La pianta di un territorio è una figura simile al medesimo, e la scala stabilisce il rapporto fra la pianta e 'l territorio. Se la scala fosse lunga un palmo, e adattata sulla pianta segnasse la distanza di due luoghi che nel terreno fossero lontani di mille palmi, la pianta si dirà al millesimo: E il rapporto della pianta al terreno sarebbe di 1 a $(1000)^2$ cioè di 1 a 1000000. Così per es. se il territorio fosse di 100 moggia napolitane (antica misura), sapendosi che ogni moggio è palmi quadrati 48400, 100 moggia saranno palmi quadrati 4840000: E allora per avere la dimensione della pianta al millesimo si farà la proporzione $(1000)^2 : 1^2 = 4840000 :$ pianta; cioè $1000000 : 1 = 4840000 =$ pianta $= 4{,}84$ palmi quadrati che nell'ipotesi presente sarebbe la dimensione della pianta.

74. (Fig. 32). ***Data una pianta ABCD colla sua scala SR; si domanda copiarla sopra un foglio di carta di diversa di-***

mensione di quella ove è la pianta. Indi si cerchi determinare la scala del nuovo disegno, e 'l rapporto delle due piante.

Soluzione. Si dividano *DC*, *DA* in un numero di parti eguali rispettivamente (le quali potranno essere anche eguali fra loro) cioè nelle parti *DG*, *GE*...; e la *DA* nelle sue parti eguali *DX*, *XY*... Di poi sul dato foglio, sopra il quale si dee disegnare la copia di *ABCD*, si tiri *dc* nel senso della sua larghezza, e *da* perpendicolarmente a *dc* nel senso della sua lunghezza. Si divida *dc* nello stesso numero di parti eguali *dg*, *ge*..., del numero di *DG*, *GE*... parti di *DC*. Indi si prenda un certo numero di parti di *DC*, per es. *DE*, e lo stesso numero *de* di *dc*. Si prenda parimente un certo numero di parti di *DA*, per es. *DY*: e, fatto un angolo a piacere *MKR* (fig. 34), si tagli $KE = DE$; $KG = de$; $KL = DY$: si unisca *EG*, e da *L* si tiri *LF* parallela ad *EG*. Indi sopra *da* (fig. 32) si tagli $Dy = KF$; e divisa *Dy* per metà in *x*, si prendano da *y* fino ad *a* tante parti eguali a *dx*, *xy*... quante ne sono da *Y* fino ad *A* eguali a *DX*, *YX*... Da *a* si tiri *ab* perpendicolare ad *ad*, e da *c*, *cb* perpendicolare a *dc*. Da tutt'i punti di divisione di *DC*, *DA*; di *dc*, *da*, si tirino delle perpendicolari rispettivamente a queste rette. Di poi in ognuno de' rettangoletti, ne' quali trovasi diviso *abcd*, si disegni colla stessa situazione ciocchè trovasi ne' rispettivi rettangoletti della data pianta *ABCD*: e terminato questo disegno, si avrà la copia *abcd* simile alla data pianta. Per determinare la scala della copia già eseguita, si porterà la scala *SR* della data pianta o sopra *DC* o sopra *DA*, e quante parti di *DC* o di *DA* comprende *SR*, tante parti si prenderanno di *dc* o di *da*. Rappresenti *sr* questo numero di parti; sarà *sr* la scala della copia già fatta.

Per determinare il rapporto delle due piante, questo sarà espresso da $SR^2 : sr^2$. Si porti dunque *sr* sopra *SR*, e supponiamo che *sr* contenga parti $6\frac{1}{2}$ della *SR* divisa in 10 parti:

sarà $sr = \frac{6\frac{1}{2}}{10}$ di $SR = \frac{13}{20}$. Quindi il rapporto di $ABCD$ ad $abcd$ sarà di 1 a $\left(\frac{13}{20}\right)^2$; cioè di $(20)^2 : (13)^2$, ossia di $400 : 169$. Laonde la copia $abcd$ sarà $\frac{169}{400}$ della pianta originale, ossia 0,4172, ossia poco più di $\frac{2}{5}$. Sicchè ogni rettangoletto di $abcd$ sarà poco più di $\frac{2}{5}$ de' rettangoletti di $ABCD$ e le parti della pianta si troveranno impicciolite nel rapporto di circa 5 a 2 approssimativamente.

75. (Fig. 32 e 34). *Copiare un disegno racchiuso nel rettangolo $ADCD$ in modo che la copia sia al disegno dato nel rapporto di $m : n$.*

(Fig. 34). *Soluzione.* Si tiri una retta MR a piacere, sulla quale si prendano $m + n$ parti eguali, le quali siano rappresentate da MR e sia $MH = m$, $HR = n$. Su di MR si descriva il semicerchio MKR, e da H s'innalzi la perpendicolare HK fino all'incontro K colla semicirconferenza. Si uniscano KM, KR; e si prenda KL eguale ad una, due... parti di DC (Fig. 32), che precedentemente si è divisa in un numero a piacere di parti eguali, e sia $KL = DE$, ossia a due delle parti predette. Da L si tiri LF parallela a MR (Fig. 34): si tiri in seguito una retta dc (Fig. 32), sulla quale si prende $de = KF$ (Fig. 32 e 34), e divisa de per metà in g, si prendano da e fino a c tante parti eguali a dg, quante ne sono da E fino a C eguali a DG: s'innalzi da d la da perpendicolare a dc, e poi o si trovi da quarta proporzionale in ordine a CD, cd, DA; o pure congiunta DB, si faccia l'angolo $cdb = CDB$, dcb di 90 gradi, e da b, d si tirino le rette ba, da rispettivamente parallele a dc, cb. Si dividano DA, da in egual nu-

mero di parti eguali; e si compia il reticolato che sarà racchiuso ne' due rettangoli *AC*, *ac* come nel problema precedente: di più si disegni in ciascheduno de' rettangoletti di *ac* ciocchè trovasi ne' corrispondenti rettangoletti di *AC*. Finalmente si prenda *sr* che comprenda tante parti di *dc* o di *da*, quante parti di *DC* o di *DA* contiene *SR*. Ed il problema sarà sciolto. Infatti (fig. 32) è $ac : AC = dc^2 : DC^2 = de^2 : DE^2 =$ (fig. 34) $KF^2 : KL^2 = MH : HR = m : n$.

Applicazione. Supponiamo che la copia della pianta debba essere un quinto di essa. Il rapporto di (Fig. 34) *m* a *n* sarà di 1 a 5. e perciò dovrà *MR* contener sei parti eguali, una delle quali $MH = m$ presa ad arbitrio e le altre cinque $HR = n = 5m$. Se dovesse la copia essere due terze parti della pianta, quel rapporto sarebbe di 2 a 3; per cui delle cinque parti eguali di *MR*, *MH* dovrebbe contenerne due; ed *HR* tre. Se quel rapporto dovesse essere di $1\frac{1}{2}$ a $2\frac{1}{4}$; poichè $1\frac{1}{2} : 2\frac{1}{4} = \frac{3}{2} : \frac{9}{4} = 6 : 9 = 2 : 3$, la *MR* dovrebbe contenere cinque parti eguali, delle quali due la *MH*, e tre la *HR*, come precedentemente.

76. (Fig. 32 e 34). Se si desse a copiare il disegno *AC* con una data scala *sr*, il problema sarebbe identico al precedente; poichè portata la scala *sr* sull'altra *SR* del dato disegno, e determinato il rapporto della scala, il problema riducesi a copiare una pianta, in modo che i due disegni fossero in una data ragione. Infatti se *sr* contenesse 5 parti $\frac{1}{3}$ delle 10 parti di *SR*; il rapporto delle scale sarà di $\frac{16}{3} : 10$, ossia di 16 a 30, o di 8 a 15. Quindi il rapporto de' disegni *ac* ad *AC* sarà come il quadrato di 8 al quadrato di 15, ossia di 64 a 225, ossia approssimativamente di 1 a $3\frac{1}{2}$, ossia di 2 a 7; poichè

64 in 225 entra, coll'approssimazione a parti decime 3,5 ossia $3\frac{1}{2}$.

Risolviamo ora uno de' problemi più comuni in agrimensura.

Problema. *Un territorio di moggia legali 62,53 è rappresentato su di una pianta al seicentesimo: La scala di questa pianta è lunga un palmo. Si domanda copiarlo in modo che la copia sia il sesto della pianta che si ha.*

Cominciamo sulla prima a determinare la superficie della pianta data dalle condizioni del problema. E poichè ogni moggio legale è palmi quadrati 10000; le moggia 62,53 faranno palmi quadrati 625300. Chiamiamo p la pianta: essendo i poligoni simili come i quadrati de' lati omologhi; e un palmo della pianta rappresentando 600 palmi del terreno; sarà $(600)^2 : 1^2 =$ Territorio : pianta; cioè

$$360000 : 1 = 625300 : \text{pianta} = \frac{625300}{360000} = \frac{6253}{3600} = \text{palmi quadrati } 1{,}74$$

approssimativamente. E poichè la copia dee esser il sesto di questa, chiamando x la scala di questa copia, essendo un palmo la scala della data pianta, sarà

$$1{,}74 : \frac{1{,}74}{6} = 1^2 : x^2;\ \text{cioè } 1{,}74 : 0{,}29 = 1 : x^2 = \frac{.29}{174}:\ \text{quindi}$$

$$x = \sqrt{\frac{29}{174}} = \frac{\sqrt{5046}}{174} = \frac{71{,}035}{174} = \text{palmi } 0{,}408 = 0{,}41$$

che sarà la lunghezza della nuova scala, colla quale costruite la nuova pianta, questa risulterà la sesta parte della data pianta.

Qui abbiamo determinato geometricamente la superficie della pianta, al seicentesimo, di un territorio di moggia legali 62,53, la cui scala è lunga un palmo. Ma questa superficie avrebbe potuta determinarsi praticamente come abbiamo fatto (55) misurandone gli elementi.

Siccome nel far la pianta de' terreni conviene distinguere le diverse specie di essi, perciò si è convenuto di disegnarli con certi segni particolari detti *segni convenzionali*. Nell'annessa tavola incisa in rame si troveranno quelli che sono in uso nell'agrimensura, cioè.

Fig. I Terreni incolti: Fig. II Prati: Fig. III Vigneti: Fig. IV Terreni alberati: Fig. V Boschi: Fig. VI Terreni arenosi: Fig. VII Terreni seminatorii: Fig. VIII Terreni macchiosi: Fig. IX Terreni con acque correnti: Fig. X Terreni con acque stagnanti: Fig. XI n.° 1 lago; n.° 2 confini di mare o di lago: Fig. XII Procoi per animali pecorini o vaccini.

Della Livellazione.

77. *Determinare la differenza di livello fra due punti presi sul terreno* (a) *che noteremo con* ***A*** *e* ***B***.

1.° Se si può l'osservatore faccia stazione nel punto medio fra ***A*** e ***B***; servendosi della livella ad acqua (16 1.°) o della lastra di latta col tratto capillare ed orizzontale segnato in essa (16 2.°); e mentre egli osserva nel predetto punto medio l'asta di mira in ***B*** quì situata verticalmente da un ajutante, farà segno di esser giunto il raggio visuale alla linea che divide la parte bianca dalla nera nel foglio di latta posto al disopra dell'asta di mira. Allora l'ajutante tosto stringerà la vite per tenere fissa la parte interna dell' asta di mira in questa situazione; e leggerà sulla medesima l'altezza del punto ***B*** sul terreno; altezza che chiameremo 𝔟. Ciò fatto passerà l'asta di mira in ***A***, e l'osservatore si volgerà dalla parte opposta della livella ad osservare il punto ***A***, la cui al-

(a) Bisogna osservare che la livellazione si pratica ne' terreni di poco sensibile ineguaglianza, che sembrano in un' apparente pianura mentre, trattandosi di colline o di monti, sarebbe troppo lungo il ricorrere a' mezzi che somministra la livellazione. In tal caso si praticherà ciocch' è stato detto (num. 49 a 51).

tezza dal raggio visuale chiameremo a. Se è a maggiore di b il punto A è più depresso del punto B di quanto è $a - b$. Così se fosse $a = 11$ palmi 7 decimi e 3 quinti di una decima parte, e b fosse 9 palmi 8 decimi e 1 quinto, il punto A sarebbe più depresso di B di 1 palmo, 9 decimi e 2 quinti.

2.° Se non fosse permesso di situarsi nel punto medio fra A e B; o la distanza della stazione de'punti A, B non è maggiore di 100 metri, ossia canne legali $37 \frac{8}{10}$, o è maggiore: Nel 1.° caso la differenza di livello fra A e B è pure indicata da $a - b$, o da $b - a$; se B è più basso di A.

3.° Se poi la distanza della stazione da uno de'punti A a B fosse maggiore di 100 metri, la differenza di livello fra la stazione e B sarebbe data dalla formola $0{,}84\ M - b$, nella quale formola il valore di M si prende dalla qui sottoposta tavola secondo le distanze, e b è l'altezza dell'asta di mira posta sul punto B del terreno e traguardata da A: e sarebbe $0{,}84\ M - a$ quella della stazione da A.

DISTANZE in metri	VALORE DI M in metri	DISTANZE in metri	VALORE DI M in metri
100.	trascurabile	1300.	0,133
200.	0,003	1400.	0,154
300.	0,007	1500.	0,18
400.	0,013	2000.	0,31
500.	0,02	3000.	0,707
600.	0,028	4000.	1,257
700.	0,038	5000.	1,965
800.	0,05	6000.	2,829
900.	0,064	7000.	3,851
1000.	0,079	8000.	5,03
1100.	0,1	9000.	6,366
1200.	0,113	10000.	7,86

Giova nel determinare la livellazione di un terreno che dal punto apparentemente più basso si traguardi il più alto.

78. (Fig. 9). *Della livellazione composta.* Quando dovesse determinarsi la differenza di livello fra due punti *A*, *D* molto distanti, in modo che da uno di essi non possa vedersi l'altro, si faranno fra essi punti molte stazioni *E*, *B*, *O*, *C*.... Tal sarebbe il caso in cui si dovesse livellare un lungo tratto di terreno per molte miglia, onde determinare la direzione del corso delle acque. Prescelta prima una direzione *AEBOCD*, si dovranno fare ad ogni stazione intermedia, per es. *E*, due osservazioni, la prima da *E* verso *A* per osservare l'asta di mira in *A*, e la seconda da *E* verso *B* per osservare la medesima in *B:* Ne'soli punti estremi *A*, *D* si fa una sola osservazione, in *A* da *A* verso *E*, e in *D* da *D* verso *C*. Chiameremo *A* stazione a sinistra e *B* stazione a destra: Quando si osserva da *E* verso *A*, da *B* verso *E*, da *O* verso *B*, da *C* verso *O*, da *D* verso *C*, queste osservazioni si riferiscono tutte alla stazione a sinistra: E all'opposto quando si osserva da *A* verso *E*, da *E* verso *B*, da *B* verso *O*, da *O* verso *C*, da *C* verso *D*, le osservazioni si riferiscono alla stazione a destra: Epperò si farà uno schizzo del terreno colle rispettive altezze osservate: e le aste in *E*, in *B*, in *O*, in *C* avranno due numeri, l'uno segnato a dritta di essa, e l'altro a sinistra: la sole aste in *A* e in *D* avranno un sol numero, il primo a dritta dell'asta in *A*, e'l secondo a sinistra dell'asta in *D*. I numeri segnati a dritta delle aste apparterranno alla stazione *A* a sinistra; e all'opposto i numeri segnati a sinistra dell'asta appartengono alla stazione *D* a dritta: E infatti, osservando da *B* nella direzione di *BE*, da *E* nella direzione *EA*.... le altezze segnate a destra delle aste *E*, *A* appartengono alla stazione a sinistra *A:* mentre quando si osserva da *B* nella direzione di *BO*, da *C* nella direzione di *CD*, le altezze segnate a sinistra delle aste *O*... *D* appartengono alla stazione a dritta in *D* Chiamiamo a, a', a''... le altezze situate a destra delle

aste, e b, b', b''... quelle situate a sinistra; la differenza di livello fra A e D sarà data dalla formola
$a + a' + a''... — (b + b' + b'')...$ Se questa somma risulta positiva, allora il punto A è più lungo del punto D; se negativa, il punto D sarà più basso del punto A.

Siano per es. in palmi

$a = 5,7$	$b = 4,5$
$a' = 3,2$	$b' = 3,9$
$a'' = 4,3$	$b'' = 5,1$
$a''' = 1,9$	$b''' = 4,7$
15,1	18,2

Quindi sarà
$a + a' + a'' + a''' — (b + b' + b'' + b''') = — 3,1$: Adunque il punto D è più basso di A di palmi 3,1.

PARTE TERZA

NOZIONI DI GEOMETRIA USUALE.

I corpi, de'quali occorre più spesso il dover determinare le superficie ed i volumi sono, il *prisma retto* (Fig. 36), di cui è una varietà il parallelepipedo rettangolo (Fig. 35); il *prisma retto troncato* con piano non parallelo alla base (Fig. 37); la *piramide* e la *piramide troncata* con piano parallelo alla base (Fig. 38); il *cilindro retto* (Fig. 39); il *cono* ed il *cono troncato* con un piano parallelo alla base (Fig. 40); la *sfera* (Fig. 41); la *botte* (Fig. 42).

(Fig. 35 e 36). Il prisma è un corpo, la cui base è un poligono qualunque; e che al disopra termina con un altro poligono eguale e simile a quello della base, ed ha per facce laterali tanti parallelogrammi quanti sono i lati della base. La somma de' parallelogrammi formano la superficie convessa; e questa somma unita alla doppia base forma la superficie intera del prisma. Quando la base è un triangolo dicesi *prisma triangolare* (Fig. 36 a destra), e quando è un parallelogram-

mo o comunemente un rettangolo, dicesi *parallelepipedo* (Fig. 35).

Se si taglia un prisma con un piano parallelo alla base, ne risulteranno due altri prismi minori la cui somma eguaglierà il prisma tagliato; e la sezione sarà eguale alla base. La superficie semplice di un prisma retto è eguale a tante unità quadrate, quanto è il prodotto delle unità lineari comprese nel perimetro della base per l'altezza del prisma. E la superficie intera è eguale alla sua superficie semplice insieme col doppio delle unità quadrate che sono contenute nella sua base.

Il volume di un prisma è eguale a tante unità cubiche, quanto è il prodotto delle unità quadrate contenute nella sua base per le unità lineari che sono contenute nella sua altezza.

Esempio. (Fig. 5 n.° 2). Sia *ABCED* la base di un prisma, e tirate le diagonali, sia per ipotesi

$AB = 4$ pal. $\frac{1}{2}$; $BC = 3$ pal. $\frac{5}{6}$; $CE = 5$ pal. $\frac{2}{3}$; $ED = 3$ pal. $\frac{2}{3}$;

$DA = 5$ palmi; $DB = 7$ pal. $\frac{1}{2}$; e suppongasi che in un altro prisma sia $AP = 1$ pal. $\frac{2}{3}$; $DC = 8$ pal. $\frac{1}{3}$; $Bn = 4$ pal. $\frac{1}{2}$; $Em = 3$ pal. $\frac{3}{4}$.

Sia l'altezza a di questi prismi di 9 pal. $\frac{1}{3}$: avremo

$$\textit{Superficie semplice} = (AB + BC + CE + ED + DA)\, a = \left(4\tfrac{1}{2} + 3\tfrac{5}{6} + 5\tfrac{2}{3} + 3\tfrac{2}{3} + 5 \text{ palmi}\right) 9\tfrac{1}{3} \text{ palmi} =$$

$$\left(20\tfrac{3}{6} + \tfrac{5}{6} + \tfrac{4}{6} + \tfrac{4}{6} \text{ palmi}\right) 9\tfrac{1}{3} \text{ palmi} = \left(22\tfrac{2}{3} \text{ palmi}\right) 9\tfrac{1}{3} =$$

$$\text{pal. } \frac{68}{3}\,\frac{28}{3} = \frac{1904}{9} \text{ palmi quadrati} = 211\tfrac{5}{9} \text{ palmi quadrati.}$$

Calcolazione della base. $ABCED = \frac{BD.AP}{2} + \frac{CD}{2}(Em+Bn) =$

$7\frac{1}{2}$ pal. $\frac{5}{3}$ pal. $+ \frac{25}{6}$ pal. $\left(4\frac{1}{2}\text{ pal.} + 3\frac{3}{4}\text{ pal.}\right) =$

$\frac{15}{2}$ pal. $\frac{5}{3}$ pal. $+ \frac{25}{6}$ pal. $8\frac{1}{4}$ pal. $= \frac{15}{3} \cdot \frac{5}{2} + \frac{25}{6} \cdot \frac{33}{4} =$

$5 \cdot \frac{5}{2} + \frac{25}{4} \cdot \frac{11}{2}$ $\left(\text{giacchè } \frac{25}{6} \cdot \frac{33}{4} = \frac{25}{4} \cdot \frac{33}{6} = \frac{25}{4} \cdot \frac{11}{2}\right) =$

$\frac{25}{2}$ pal. $\frac{275}{8}$ pal. $= \frac{6875}{16}$ palmi quadrati $= 429\frac{11}{16}$ palmi quadrati.

Calcolazione della superficie intera (*a*). Superficie semplice insieme colla doppia base $= 211\frac{5}{9} + \frac{6875}{8} = 211\frac{5}{9} + 859\frac{3}{8} =$

$1070 + \frac{40}{72} + \frac{27}{72} = 1070\frac{67}{72}$ palmi quadrati.

Il volume del prisma retto la cui base è *ABCED* e l'altezza è $a =$ palmi $9\frac{1}{3}$, è $ABCED.a = \frac{6875}{16} \cdot \frac{28}{3} = \frac{6875}{3} \cdot \frac{7}{4} =$

$\frac{48125}{12}$ palmi cubici $= 4010\frac{5}{12}$ palmi cubici. E se questo prisma fosse di fabbrica e si volesse calcolare a canne antiche di costumanza, bisognerebbe dividere $\frac{48125}{12}$ per 128, ossia

$\frac{48125}{12.128} = \frac{48125}{1536} = 31{,}33$ canne antiche di costumanza. E se queste canne antiche di costumanza si desiderasse averle in

(*a*) (Supponendo che questi due prismi ne formassero un solo).

canne nuove di costumanza, bisognerà moltiplicare $\frac{48125}{1536}$ per $\frac{1000}{512}$, (cubo di 10 diviso pel cubo di 8, ossia per $\frac{125}{64}$ dividendo per 8 i termini di questa frazione).

E se si domanda il prezzo a ducati 4,5 la canna antica di costumanza, bisognerebbe moltiplicare $\frac{48125}{1536}$ per 4,5.

(Fig. 37). Il volume del prisma triangolare troncato è eguale a tante unità cubiche, quanto è il prodotto delle unità quadrate contenute nel triangolo che prendesi per base per le unità lineari che comprendonsi nel terzo della somma de' lati perpendicolari alla base. Se b^2 dinota la base e i tre lati perpendicolari alla base sono simboleggiati da a, a', a'' rispettivamente, la formola del suo volume sarà $\frac{b^2}{3}(a+a'+a'')$.

(Fig. 23). Sia ABC la base del prisma triangolare troncato rappresentato dalla fig. 37; e siano $AC=5$ pal. 7; $BO=6$ pal. 2; $a=4$ pal. 7; $a'=3$ pal. 9; $a''=5$ pal. 3.

Calcolazione della base b; $b=5,7$ palmi . 3,1 pal. $=17,67$ palmi quadrati.

Calcolazione del volume. $\frac{b}{3}(a+a'+a'')=$

$\frac{17,67}{3}(4,7+3,9+5,3)=5,89 \,.\, 13,9=81,871$ palmi cubici.

Se questo prisma troncato fosse di pioppo ordinario, e se ne volesse sapere il peso, bisognerebbe moltiplicare 81,871 per 20,736 rot. e per 0,383 (a): fatta l'operazione si troverebbe che il predetto prisma troncato peserebbe rot. 650,210, ossia 6 cantaja, 50 rotoli e 210 trappesi.

(a) Vedi la gravità specifica del pioppo pag. 41.

82. (Fig. 35). Il *parallelepipedo* rettangolo è un corpo terminato da sei rettangoli, de' quali gli opposti sono eguali e paralleli.

La superficie del parallelepipedo rettangolo è eguale alla somma de'rettangoli che lo terminano. Chiamando a, b, c i tre lati che formano uno de'suoi angoli, (i quali sono le tre dimensioni di esso) la formola della superficie è $2\,ab+2\,ac+2\,bc=2\,a\,(b+c)+2\,bc$. Così, per es., se una stanza parallelepipeda è lunga 50 palmi, larga 30, alta 20; sarà $a=20$, $b=50$, $c=30$. E perciò $2\,a\,(b+c)+2\,bc=40.80+3000=3200+3000=6200$ palmi quadrati.

Volendosi la superficie delle sole mura di una stanza parallelepipeda, si avrà $2\,a\,(b+c)=40.80=3200$ palmi quadrati. E volendosi le canne quadrate, si dividerà per 64, o per 100, secondo che trattasi di canne quadrate antiche o legali; e si avranno canne quad. antiche $\frac{3200}{64}=\frac{100}{2}=50$; e canne quad. legali 32. Quando si tratta dell'intonaco o della pittura delle mura, è necessario conoscere la superficie delle sole mura: E da queste dovrà togliersi la superficie de'vani.

Il volume di un parallelepipedo è eguale a tante unità cubiche, quanto è il prodotto delle unità quadrate contenute nel rettangolo che gli serve di base per le unità lineari che contiene l'altezza: o pure è eguale a tante unità cubiche quanto è il prodotto delle unità lineari che sono comprese nelle sue tre dimensioni rettangolari. Così nell'esempio precedente, essendo le tre dimensioni, $a=20$, $b=50$, $c=30$ palmi; il volume del parallelepipedo sarà 20.50.30 palmi cubici, ossia 30000 palmi cubici. E poichè il tomolo di grano sanzionato dalla legge del 6 aprile contiene 3 palmi cubici (palmo lineare di $0^{m},264550$), ne segue che vi entreranno 10000 tomola di grano, quanto è il quoto di 30000 diviso per 3.

83. Si domanda il peso di un cassone di figura parallelepipeda, e vôto al di dentro, cioè il peso del solo legname.

Si misurino le tre dimensioni del cassone, prendendo le misure dalla parte esterna; e supponiamo che le tre dimensioni siano $a=10$ palmi, $b=7$ palmi, $c=4$ palmi $\frac{1}{2}$. Di poi si misurino le dimensioni interne dello stesso cassone; e supponiamo aver avuto $a'=$ palmi $9\frac{9}{10}$; $b'=$ palmi $6\frac{8}{10}$; $c'=$ palmi $4\frac{4}{10}$. La quantità del legname in palmi cubici sarà data dalla formola $abc-a'b'c'=10.7.\frac{9}{2}-\frac{99}{10}.\frac{68}{10}.\frac{44}{10}=$ $=5.7.9-\frac{99}{10}.\frac{34}{5}.\frac{22}{5}=5.7.9-\frac{99}{5}.\frac{34}{5}.\frac{11}{5}=$ palmi cubici $315-\frac{57026}{125}=315-296{,}208=18{,}792$ palmi cubici.

Volendosene il peso dobbiamo ricordarci (pag. 41), che il peso di un palmo cubico di acqua distillata è rotoli 20,736; e supponendo che il legname sia faggio, il suo peso specifico è 0,852 (pag. 41). Laonde si avrà il peso de' palmi cubici 18,792 di legname di faggio, moltiplicando
18,792.20,736.0,852. Fatta la moltiplicazione si troverà per prodotto rot. 331,999617024, ossia poco meno di 332 rotoli.

84. Si vuol sapere quanto grano entra in un cassone lungo palmi $7\frac{1}{2}$, largo palmi $5\frac{3}{4}$, ed alto palmi $6\frac{2}{3}$? Si avranno palmi cubici $7\frac{1}{2}.5\frac{3}{4}.6\frac{2}{3}=\frac{15}{2}.\frac{23}{4}.\frac{20}{3}=\frac{15}{3}.\frac{20}{4}.\frac{23}{2}=$ $5.5.\frac{23}{2}=25.\frac{23}{2}=\frac{575}{2}$. Dividendo per 3 (pag. 37) si avranno tomola $\frac{575}{6}=95\frac{5}{6}$. Moltiplicando $\frac{5}{6}$ per 4, per avere

le quarte, si avrà $\frac{20}{6} = 3$ quarte $\frac{1}{3}$. Moltiplicando $\frac{1}{3}$ per 6, si avranno 2 misure. Sicchè il cassone conterrà 95 tomola, 3 quarte, 2 misure.

Se si avesse, per es., una cisterna che contenesse un certo numero di palmi cubici, bisognerebbe ridurre i palmi cubici a barili o a botti, sapendosi che un barile è palmi cubici 2,35619, e una botte palmi cubici 28,27431. Laonde volendo ridurre i palmi cubici legali a barili, bisognerà moltiplicarli per $\frac{100000}{235619}$, ed i barili moltiplicati per $\frac{235619}{100000}$ danno i palmi cubici (pag. 32). Ogni botte, essendo palmi cubici 28,27431, le botti si ridurranno a palmi cubici moltiplicandole per 28,27431, e i palmi cubici a botte per $\frac{100000}{2827431}$.

Così se in una cisterna entrano 1000 botti di acqua; tale cisterna comprenderà palmi cubici 1000 28,27431 $=28274,31$. E scavandosi una cisterna di 30000 palmi cubici; questa cisterna conterrà un numero di barili dinotato da

$$\frac{100000}{235619} . 30000 = \frac{3000000000}{235619} = \text{barili } 12732,4 = 1061 \text{ botti}$$

e circa mezzo barile.

85. Altra applicazione. *Si domanda costruire sopra un suolo di data dimensione una cisterna parallelepipeda che contenga 1000 botti di acqua: quale profondità dovrà darsi alla cisterna?*

Siccome il parallelepipedo ha tre dimensioni, lunghezza larghezza e profondità e due di queste, la lunghezza e larghezza della base sono noti, bisognerà determinare la profondità corrispondente al volume di 1000 botti. Supponiamo dunque che sia data alla cisterna la lunghezza di 25 palmi, la larghezza di 15 palmi, chiamando p la profondità, sarà $25 . 15 . p = 1000$ botti, ma 1000 botti fanno palmi cubici

28274,31; adunque sarà $25 \cdot 15 \cdot p = 28274,31$ e $p = \frac{28274,31}{375}$ = palmi lineari 75,38; ch'è la richiesta profondità della cisterna affinchè contenga 1000 botti di acqua.

Se si volesse che fosse minima la superficie di una cisterna parallelepipeda la quale contenesse un dato volume V di acqua, per es. mille botti, e poggiasse su di una base rettangolare in cui un lato fosse simboleggiato da b, bisognerebbe che l'altro lato della base fosse $\sqrt{\frac{2V}{b}}$; e che la profondità fosse $\sqrt{\frac{V}{2b}}$. Così, per es., essendo 1000 botti = palmi cubici 28274,31, se si supponga $b = 36$ palmi, l'altro lato del rettangolo base sarà $\sqrt{\frac{56548,62}{36}} = \frac{237,8}{6}$ = palmi 39,6, e la profondità sarà $\sqrt{\frac{28274,31}{72}} = \frac{\sqrt{28274,31 \cdot 72}}{72} =$ $\frac{\sqrt{2035750,32}}{72} = \frac{1426,1}{72}$ = palmi 19,8.

86. Facciamo un'applicazione alla calcolazione delle mura che sono tanti parallelepipedi. Sia per es. un muro lungo palmi $40\frac{1}{2}$, alto palmi $22\frac{3}{4}$, e la sua doppiezza sia palmi $4\frac{1}{2}$; avremo il suo volume moltiplicando $40\frac{1}{2}$ per $22\frac{3}{4}$ e per $4\frac{1}{2}$; e si avrà $\frac{81}{2} \cdot \frac{91}{4} \cdot \frac{9}{2} = \frac{66339}{16}$ palmi cubici: E dividendo per 128, si avranno canne di costumanza $\frac{66339}{2048}$ (pag. 33).

Qualora se ne vorrà il prezzo; per es. a ducati 4 la canna di costumanza, si moltiplicherà $\frac{66339}{2048}$ per ducati 4, e si farà la divisione, aggiungendo due zeri al dividendo per approssimare anche a carlini e grana.

Se nel muro vi fossero vani, questi dovranno detrarsi, e se vi fossero *contrafforti*, questi dovranno aggiungersi: e ne parleremo qui appresso.

87. (Fig. 38). La piramide è un corpo che ha per base un poligono, le cui facce laterali sono de' triangoli i quali poggiano sopra i lati del detto poligono, i cui vertici si uniscono in un punto detto *vertice della piramide*. Quando la base è un triangolo, dicesi piramide triangolare o *tetraedro*. La somma delle sue facce laterali formano la sua superficie semplice. Unendovi la superficie della base, si ha la zuperficie intera della piramide.

Il volume di una piramide è eguale a tante unità cubiche, quanto è il prodotto delle unità quadrate che si comprendono nella sua base pel terzo delle unità lineari che contiene l'altezza. Se b indica la sua base ed a l'altezza, la formola del volume della piramide è $\frac{b.a}{3}$.

88. (Fig. 38). Nella piramide troncata da un piano parallelo alla base, la sua superficie semplice sarà la somma de' trapezii laterali. Ed unendo a questa somma i due poligoni simili che sono sopra e sotto, si ha la superficie intera.

Se si taglia una piramide qualunque con un piano parallelo alla base, (Fig. 38) la sezione sarà simile alla base: Epperò avendo presente che i poligoni simili sono come i quadrati de' lati omologhi, avandosi uno de' poligoni, superiore o inferiore, potrà aversi facilmente l'altro; moltiplicando il poligono dato per lo rapporto del quadrato di due lati omologhi. Cioè, chiamando P il poligono inferiore, p il supe-

riore; ed L, l due lati omologhi di essi, rispettivamente, sarà $P = p \cdot \frac{L^2}{l^2}$, e $p = P \cdot \frac{l^2}{L^2}$.

Supponiamo, per es., che sia il poligono inferiore $P = 320$ palmi quadrati; $L =$ palmi 5; $l =$ palmi 3; sarà

$$p = 320 \cdot \frac{9}{25} = \frac{2880}{25} = 115{,}2 \text{ palmi quadrati.}$$

89. Per avere il volume di una piramide troncata parallelamente alla base, si uniscano in una somma, le unità quadrate della base inferiore, della superiore, e della radice quadrata estratta dal prodotto delle unità quadrate delle due predette basi; e si moltiplichi tutta questa somma per la terza parte dell'altezza. La sua formola è Piram. tronc. $= \frac{a}{3}(B + b + \sqrt{Bb})$; in cui a è l'altezza, B e b le basi superiore e inferiore rispettivamente. Così se la base inferiore B contiene 20 palmi quadrati; la base superiore b, 5; e l'altezza a è di 18 palmi, il volume sarà

$$(B + b + \sqrt{B \cdot b})\,\frac{a}{3} = (20 + 5 + \sqrt{20 \cdot 5})\,\frac{18}{3} = (25 + \sqrt{100 \cdot})6 =$$
$$(25 + 10)6 = 35 \cdot 6 = 210 \text{ palmi cubici.}$$

90. (Fig. 39). Il cilindro retto è un corpo terminato al di sopra e al di sotto da due cerchi eguali e paralleli, e lateralmente da una superficie curva, che può considerarsi generata da una retta innalzata da un punto di una delle due circonferenze perpendicolarmente al piano del suo cerchio, la quale retta si muova sempre parallela a se stessa. La retta che unisce i centri de' cerchi è perpendicolare ad entrambi e dicesi *asse*. La superficie semplice del cilindro retto è la superficie convessa predetta: e se a questa si uniscano i due cerchi superiore ed inferiore, si avrà la superficie intera del cilindro.

La sezione con un piano parallelo alla base è anche cer-

chio; ed essa divide il cilindro in due altri cilindri più piccoli la cui somma eguaglia il cilindro dato.

La superficie semplice di un cilindro retto è eguale a tante unità quadrate quant'è il prodotto delle unità lineari della circonferenza della base per quelle che contiene l'altezza. E la superficie intera si ha unendo alla superficie semplice l'area de' due cerchi che lo terminano al di sopra e al di sotto. Se r è il raggio della base ed a è l'altezza, la formola della superficie semplice è 6,28318 ar; e quella della superficie intera è 6,28318 $r(a+r)$.

Il volume di un cilindro retto è eguale a tante unità cubiche, quante sono le unità quadrate della sua base moltiplicate per le unità lineari della sua altezza. La sua formola è 3,14159 ar^2.

91. Si noti che se un rettangolo si piega, dando ad uno de' suoi lati la forma circolare, la superficie del rettangolo prenderà la forma di una superficie cilindrica. Or se m, n sono i lati di detto rettangolo, il volume del cilindro quando m si piega in forma circolare (per cui n è l'altezza) è al volume del cilindro quando n si ravvolge in circonferenza (onde m è l'altezza) come $m : n$. Cosicchè se con un foglio di latta si forma un vase cilindrico, supponendo che il lato m di esso sia doppio del lato n, la quantità di liquido ch'entrerà in questo vase, quando m si riduce a circonferenza sarà doppia di quella che vi entrerà, se n riducesi a circonferenza. E sarà tripla, quadrupla ec., se m è eguale a $3n$, a $4n$ ec.

Supponiamo per esempio (Fig. 19) che $ABDC$ sia un foglio di latta, in cui AB = palmi 2,1; e AC = 0,7 palmo. Piegando AB in circonferenza sarà $C = 2,1$; epperò il raggio sarà (30 pag. 96) $\frac{2,1}{6,28318} = \frac{210000}{628318} = 0,33$: E quindi il cerchio sarà $3,14159$, $(0,33)^2 = 0,342$. Sicchè il cilindro sarà $0,342 . 0,7$ = palmi cubici 0,2394.

Suppongasi ora AC piegato in circonferenza, il suo raggio

sarà $\frac{0,7}{6,28318}=\frac{70000}{628318}=0,11$: Quindi il cerchio di questo raggio sarà $(0,11)^2 . 3,14159=0,038$; onde il cilindro sarà $0,038 . 2,1=$ palmi cubici 0,0798: E si vede chiaro che 0,2394 (1° cilindro) sta a 0,0798 (2° cilindro) come sta 2,1 a 0,7 ossia come 3 a 1: E infatti $0,0798 . 3=0,2394$ ch'è il volume del 1° cilindro.

Se vi fosse un vano cilindrico profondo 20 palmi e che il raggio della base fosse palmi 5,5, la sua superficie semplice sarebbe $6,28318 . 5,5 . 20=6,28318 . 110=$ palmi quadrati $691,1498=691,15$. La superficie intera, sarà $691,15+6,28318 . 30,35=691,15+190,07=881,22$ palmi quadrati.

E il volume sarà espresso da $3,14159 . 30,25 . 20=3,14159 . 605=1900,67$ palmi cubici.

E se si volesse sapere quante tommola di grano entrerebbero in questo vôto cilindrico, si dividerà 1900,67 per 3: E se 1900,67 si divide per 2,35619, la frazione $\frac{190067000}{235619}$ esprimerà barili; siccome la fraziono $\frac{190067000}{2827431}$ esprimerà botti.

E se si volesse che una cisterna cilindrica, avente per base un cerchio di 10 palmi di raggio, contenesse 1000 botti di acqua, bisognerà che la sua profondità fosse $\frac{28,27431 . 1000}{3,14159.(10)^2}$ $=\frac{28274310}{314159}=90$ palmi lineari.

92. Supponiamo che si cerchi un cilindro di minima superficie e di un dato volume V, il raggio della base di questo cilindro e l'altezza saranno entrambi $\sqrt[3]{\frac{V}{3,14159}}=$ Se per es.

il volume è 1000 palmi cubici, si avrà

$$\sqrt[3]{\frac{1000}{3,14159}} = \frac{\sqrt[3]{1000 \,.\, (3,14159)^2}}{3,14159} = \frac{\sqrt[3]{9869,5877281}}{3,14159}.$$ Si

estrarrà la radice cubica e questa si dividerà per 3, 14159.

93. (Fig. 40). Il cono retto è un corpo che si appoggia sopra un cerchio, il quale si considera come la sua base, e che termina superiormente in un punto detto vertice o centro del cono, in modo che la retta che unisce questo vertice col centro della base è perpendicolare al piano di questa: quésta retta dicesi *asse* del cono. La sua superficie semplice è la superficie convessa. E se a questa si unisce il cerchio della base, si ha la sua superficie intera. Se dal vertice del cono si tiri una retta ad un punto qualunque della circonferenza della base, questa retta chiamasi lato del cono, e per ottenerne il valore si unirà in una somma il quadrato del raggio al quadrato dell'altezza del cono, e da questa somma si estrarrà la radice quadrata.

La superficie semplice di un cono è eguale a tante unità quadrate quanto è il prodotto delle unità lineari della circonferenza della base moltiplicata per la metà del lato. E se a questa superficie si aggiungano le unità quadrate contenute nella base, si avrà la superficie intera del cono. Se l è il lato, r il raggio della base, ed a è l'altezza del cono; il valore del lato sarà dato dalla formola $l = \sqrt{a^2 + r^2}$; quello dell'altezza sarà $a = \sqrt{l^2 - r^2}$; il valore della superficie semplice dalla formola $3,14159\ lr$, e 'l valore della superficie intera dall'altra $3,14159\ r(l + r)$.

Il volume di un cono è eguale a tante unità cubiche, quanto è il prodotto delle unità quadrate che contiene la sua base moltiplicate per le unità lineari che sono nel terzo della sua altezza. La sua formola è $3,14159\ r^2 \frac{a}{3} = 1,04719\ ar^2$.

94. Quando un cono si taglia con un piano parallelo alla base, il corpo che ne risulta dicesi *cono troncato*. La sua su-

perficie semplice è la superficie convessa del cono troncato. E se a questa superficie si uniscano il cerchio inferiore sul quale poggia il corpo ed il cerchio superiore, si avrà la superficie intera.

La superficie semplice di un cono troncato è eguale a tante unità quadrate, quanto è il prodotto delle unità lineari che comprende la somma delle due circonferenze superiore ed inferiore per la metà del lato del tronco. E per aver il valore di questo lato, si unisca in una somma il quadrato della differenza de' due raggi ed il quadrato dell' altezza del tronco, e da questa somma si estragga la radice quadrata.

La superficie intera del cono troncato è eguale alla sua superficie semplice insieme co' due cerchi, superiore ed inferiore.

La formola del lato l, chiamando r il raggio del cerchio inferiore, r' quello del cerchio superiore, ed a l'altezza del tronco, è $l=\sqrt{(r-r')^2+a^2}$. La formola della superficie semplice è $3,14159\ l(r+r')$; e quella della intera è $3,14159\ [l(r+r')+r^2+r'^2]$.

Per aver il volume del cono troncato, si uniscano in una somma i quadrati de' due raggi col loro prodotto, e si moltiplichi questa somma per 1,04719 dell' altezza; quante unità comprende questo prodotto, altrettante unità cubiche si conterranno nel volume del cono troncato. La sua formola è $1,04719\ a(r^2+r'^2+rr')$.

95. Proponiamo per esercizio il seguente problema. Vi è una collina rassomigliante con molt' approssimazione un cono tronco. Misurato il perimetro della base si è determinato di miglia 1,31; il perimetro superiore si è determinato per canne legali 83,7: la sua altezza è stata misurata di can. 254,8: Volendosi affittare la sua superficie per duc. 0,75 il moggio legale, quanto dee pagarsi?

Sulle prime bisogna tutto ridurre alla stessa unità di misura, per es., a palmi; e sarà miglio 1,31 . 7000 palmi = pal. 9170; can. 83,7 = 837 palmi; canne 254,8 = 2548 pal.

Se r è il raggio della circonferenza inferior, r' della superiore ed a l'altezza, sarà il lato $l=\sqrt{(r-r')^2+a^2}$, in cui a è noto; e per trovare r, r', si sa che $r=\frac{9190}{6,28318}=\frac{917000000}{628318}$, $r'=\frac{83700000}{628318}$. Epperò con questi elementi si potrà calcolare r e quindi $l=\sqrt{(r-r')^2+a^2}$; e questi valori si sostituiranno nella formola $3,14159\,l(r+r')$.

96. (Fig. 41). La sfera o *palla* è un corpo rotondo, la cui superficie serba in ogni suo punto eguale distanza da un altro punto preso dentro di esso, e che per tale ragione chiamasi centro della sfera.

La sua superficie è eguale a tante unità quadrate, quanto è il prodotto delle unità che si contengono nel quadrato del suo diametro per 3,14159: ossia è quadrupla del cerchio massimo. La sua formola è, chiamando r il suo raggio, $3,14159 \,.\, 4r^2=12,56636\,r^2$.

Il volume della sfera è eguale a tante unità cubiche, quanto è il prodotto delle unità che si contengono nel cubo del suo raggio moltiplicato per 4,188786. La sua formola è $\frac{4}{3} \,.\, 3,14159\,r^3=4,188786\,r^3$.

97. Quando si calcolano delle mura, possono esservi de' vani che bisognerà sottrarre dalla calcolazione del muro in piano; e possono anche esservi de' contrafforti che bisognerà calcolare a parte e aggiungerli al muro. Cominciamo da' vani.

Vano circolare. Se il vano è di forma circolare, si otterrà la sua misura in canne di costumanza, moltiplicando il quadrato del suo diametro per la grossezza del muro, e pel numero costante 0,006135 (*a*). E volendone la misura

(*a*) Il cerchio è $3,14159r^2=3,14159\frac{d^2}{4}$ (in cui d indica il diametro) $=\frac{3,14159}{4}.d^2$ palmi quadrati $=\frac{3,14159}{4.128}d^2$ canne di costumanza $=d^2.0,006135$.

in palmi cubici, il numero costante dee essere 0,7854 (*a*).

Vano semicircolare. Se poi il vano è semicircolare, potrà calcolarsi il vano circolare e prenderne la metà; o che val lo stesso, moltiplicare il quadrato del suo diametro per la grossezza del muro, e per 0,003068, onde averlo in canne di costumanza, o prendendo per numero costante, 0,3927, onde averlo in palmi cubici.

Vano che ha per base un segmento di cerchio. Si moltiplicherà la superficie del segmento (n.° 29 pag. 95 e 96) per la grossezza del muro.

Vano ellittico. Per avere un volume di un vano ellittico (o di qualunque forma ovale rassomigliante ad un'ellisse), si misurino, la corda il sesto e la grossezza del muro, e volendosi in canne di costumanza, i numeri esprimenti queste tre quantità si moltiplichino tra di loro, e pel numero costante 0,012271; e se si vuole in palmi cubici, il numero costante dee essere 1,5708.

Vano semiellittico. Si calcolerà il vano ellittico, e poi se ne prenderà la metà; o pure il prodotto della corda, del sesto e della grossezza del numero si moltiplicherà per 0,006135, onde averne il volume in canne di costumanza, e volendolo in palmi cubici, il numero costante dee essere 0,7854.

Vano di base rettangolare. Si moltiplichi la lunghezza per la larghezza e la grossezza del muro; si avranno i palmi cubici di esso, o le canne di costumanza, dividendo i palmi cubici per 128.

98. Passiamo alla calcolazione de' contrafforti.

Supponiamo sulle prime che i *contrafforti siano di pianta rettangolare e a fianchi verticali.* Si serberà la seguente

Regola. 1.ª *Si moltiplichi la larghezza del contrafforte per lo sporto e per l'altezza e poi si prenda la metà del prodotto.*

(*a*) Abbiamo che $\frac{3,1459}{4} \cdot d^2 = 0,7854 d^2$ palmi quadrati.

Nel caso che uno di questi tre fattori fosse pari, se ne prenderà la metà e poi questa si moltiplicherà per gli altri due fattori.

Esempio. Sia l'altezza di un contrafforte palmi 18, la larghezza palmi 5, e lo sporto $2\frac{4}{5}=\frac{14}{5}$. Il volume del contrafforte sarà dato dal prodotto di $9.5.\frac{14}{5}=45.\frac{14}{5}=9.14=$ 126 palmi cubici, due palmi cubici meno di una canna di costumanza.

2.° *Contrafforti di pianta trapeziale, come ABCD* (Fig. 5 n.° 1). Seguiremo la seguente

Regola. *Si misurino le due larghezze al piede ABCD, e la larghezza alla cima; e di più l'altezza e lo sporto. Si sommino le tre larghezze e questa si divide per 6: questo quoziente si moltiplichi per l'altezza e per lo sporto; e si avrà il volume.*

Esempio. Siano le due larghezze al piede 5 palmi $\frac{1}{2}$, 2 palmi $\frac{3}{4}$: Sia la larghezza alla cima di 4 palmi: Sia 16 palmi l'altezza e 3 palmi lo sporto. Si avrà pel volume del contrafforte $\frac{1}{6}$ di $\left(5\frac{1}{2}+2\frac{3}{4}+4\right)16.3=\frac{1}{6}.12\frac{1}{4}.16.3=$ $\frac{49}{4}.\frac{16.3}{6}=49.\frac{16}{4}.\frac{3}{6}=49.4.\frac{1}{2}=49.2=98$ palmi cubici.

Contrafforti di pianta triangolare. Seguiremo la seguente

Regola. *Si moltiplichi l'altezza del contrafforte per la sua larghezza e pel suo sporto, e se ne prenda la sesta parte.*

Esempio. Sia 20 palmi l'altezza del contrafforte, 7 palmi la larghezza e 5 palmi $\frac{1}{2}$ lo sporto. Si avrà pel volume del con-

trafforte $\frac{1}{6}$ di $\left(20.7.\frac{11}{2}\right)=\frac{1}{6}(10.7.11)=\frac{1}{6}.770=128\frac{1}{3}$ palmi cubici.

Si noti che quando molti contrafforti sostengono un muro, bisognerà sommare i volumi di essi e unire la somma al volume del muro il quale, come parallelepipedo, è eguale a tanti palmi cubici, quanto è il prodotto delle sue tre dimensioni (lunghezza, larghezza e grossezza).

99. I piedistalli, i pilastri o piloni sono o parallelepipedi, o piramidi troncate. Lo zoccolo e qualunque altro ornamento misuransi a parte.

100. Le colonne sono o cilindri o coni troncati: avendo delle basi differenti, queste si misureranno a parte secondo la loro figura.

Avendosi porzioni di colonne, si determinerà, se le colonne sono cilindriche, il segmento inferiore o superiore (n.° 29 pag. 95 e 96), sul quale poggiano; e i palmi quadrati ch'esprimono questo segmento si moltiplicheranno per l'altezza: si avrà così la loro misura in palmi cubici. Se poi le colonne vanno stringendosi superiormente, si calcoleranno i due segmenti superiore ed inferiore: questi si moltiplicheranno, e si estrarrà dal prodotto la radice quadrata. Finalmente la somma di questa radice e delle due basi si moltiplicherà per l'altezza e pe 'l numero costante 1,0472.

101. *Solido terminato sopra e sotto da un anello circolare di eguale dimensione.* Questi volumi rivestono ordinariamente l'interno di un pozzo di figura cilindrica. Per calcolarne il volume, si misurino il diametro $2r$ del cerchio esterno, e l'altro $2r'$ dell'interno. Indi la differenza $r^2-r'^2$ de'quadrati de' raggi si moltiplichi per l'altezza A o profondità del solido, e pel numero costante 3,14159. La formola è $3,14159\,A(r^2-r'^2)$.

Se il pozzo fosse di figura parallelepipeda, si misurerebbe il parallelepipedo esterno, da cui si toglierebbe l'interno, ossia il vano del pozzo.

102. Se si vuole conoscere in palmi cubici una quantità di terreno scavato dal suolo, epperò la cavità del fosso d'onde è stato estratto, si proccurerà di empirne una o più volte un parallelepipedo vôto, premendo il terreno convenientemente. Così se le dimensioni del parallelepipedo sono 3 palmi, 2 palmi e 5 palmi (a); si avranno ogni volta 30 palmi cubici.

103. Gli alberi sono de' coni troncati, o si approssimano tanto a questa forma da esser calcolati come veri tronchi di cono. Quando dunque si vuol calcolare quanti palmi cubici contiene il volume di un albero, si misureranno colla massima esattezza possibile le due circonferenze inferiore e superiore, avvolgendo una cordella intorno al tronco dell'albero nella parte più bassa e più alta, e portandone il circuito su di un modulo di palmi, come per es. la canna o un passetto. Supponiamo che la lunghezza di una delle dette circonferenze sia risultata eguale a C, il raggio r di detta circonferenza sarà $r = \frac{C}{6,28318}$ (30 pag. 96); e il cerchio sarà (23 pag. 93 e 30 pag. 96) $3,14159 \cdot \frac{C^2}{(6,28318)^2} = 3,14159 \cdot \frac{C^2}{(2.3,14159)^2} = \frac{3,14159}{3,14159} \cdot \frac{C^2}{4\ 3,14159} = \frac{C^2}{12,56636}$. Similmente l'altro cerchio C', il cui raggio è r', sarà $\frac{C'^2}{12,56636}$. Con queste formole si troveranno i due cerchi, superiore ed inferiore, e di poi il medio, come abbiamo insegnato; e fattane la somma questa si moltiplicherà pe 'l terzo dell'altezza. La formola predetta si trasformerà in $\frac{C^2 + C'^2 + CC'}{12,56636}$, la quale dovrà moltipli-

(a) Questo parallelepipedo vôto si farà costruire apposta, epperò giova prendere dimensioni senza fratti: Che anzi gioverà pure misurare la profondità del terreno calcato nel medesimo con un passetto, quando non è empito.

carsi pel terzo dell'altezza A. Se invece delle circonferenze si conoscessero i diametri d, d'; la predetta formola sarà

$$\frac{3,14159}{12} A(d^2 + d'^2 + dd') = 0,2618\ A(d^2 + d'^2 + dd'):$$ ed

adoprando i raggi si avrà

$$\frac{3,14159}{3} A(r^2 + r'^2 + rr') = 1,04719\ A(r^2 + r'^2 + rr').$$

104. I pratici sogliono moltiplicare la lunghezza dell'albero o delle travi per lo cerchio medio, ossia per la sezione fatta alla metà della lunghezza l; cosicchè in tal caso la formola sarà $0,7854\ D^2 l = 3,14159\ lR^2$, in cui D, e R sono il diametro e il raggio del cerchio medio. Questa formola pratica può usarsi nelle sostanze di poco prezzo; poichè dà un risultamento tanto più prossimo alla formola esatta, quanto è minore la differenza $r - r'$ de' raggi delle due sezioni esterne; essendo $R = \frac{r + r'}{2}$.

105. (Fig. 42). Una botte si può considerare come l'unione di due coni troncati $ABCD$, $AEFD$ di eguali basi ed altezze, in modo che le due basi maggiori si confondono in una AsD, e delle due basi minori, una EmF resta inferiormente, e l'altra BnC superiormente. Ma siccome le *doghe*, delle quali sono formate le botti, hanno una certa curvatura; perciò il volume de' due coni troncati sarà sensibilmente minore del vero. Quindi per approssimarlo al vero senza grave errore, si può usare il seguente metodo. Sia C la circonferenza inferiore esterna EmF, e C' la circonferenza di mezzo della botte AsD, anche esterna, le quali due circonferenze possono misurarsi con un filo che si porterà intorno alla botte, come $EmFE$, $AsDA$. Chiamando r il raggio inferiore esterno rF, ed r' il superiore hD anche esterno sarà (prec.) $r = \frac{C}{6,28318}$;

$r' = \frac{C'}{6,28318}$. Ciò posto supponiamo che la doppiezza delle *doghe* sia uniforme, come suol essere, ed indichiamola con p; il raggio inferiore rq del cerchio interno della botte sarà $R = r - p$, e $R' = r' - p$ il superiore hk. Allora, chiamando A l'altezza or della botte, il volume interno della medesima sarà dato con una certa approssimazione sufficiente della formola

$$\frac{3,14159}{3} A(R^2 + R'^2 + RR') = 1,047196\, A(R^2 + R'^2 + RR');$$

e la quantità del legname sarà dato dalla formola $3,14159\, pA(p + R + R') = 3,14159\, pA(r + r' - p)$ (a). L'applicazione n'è facile.

Chi volesse ottenerne il volume con più esattezza, dividerà l'altezza della botte in un numero di parti eguali, rx, xt..., che supporremo, per es., dieci; e calcolerà i dieci coni troncati che n'emergeranno colla stessa formola qui indicata, nella quale R, R' indicano i raggi de'cerchi da adoprarsi per ognuno di que'coni tronchi, de'quali cerchi, uno YZ rimane comune a due tronchi contigui $YEFZ$, $YLUZ$, e l'altro è il rimanente cerchio, EmF per $YEFZ$, LU per $YLUZ$.

106. Questo metodo può adoprarsi con fidanza nel voler calcolare con una certa approssimazione soddisfacente il volume delle fosse ad uso di grano usate in Puglia. Può anche adottarsi l'altro metodo meno esatto.

Proponiamo pure per la misura delle botti il seguente metodo più esatto il quale è estratto dalle istruzioni pubblicate a Milano dalla Commissione de' pesi e delle misure preseduta dal chiarissimo Astronomo signor Oriani.

(a) Essendo il raggio esterno $r = R + p$, $r' = R' + p$, si avrà legname $= 1,047196\, A[(r^2 + r'^2 + rr') - (R^2 + R'^2 + RR')] = 1,047196\, A[(R+p)^2 + (R'+p)^2 + (R+p)(R'+p) - R^2 - R'^2 - RR'] = 3pA . 1,047196(p + R + R') = 3,14159\, pA(r + r' - p)$.

Indicando con D, d rispettivamente il diametro della sezione maggiore (detta sezione in botte) e della minima (detta sezione in testa), con L la lunghezza della botte e con π il rapporto della circonferenza al diametro, ossia 3,14159, la formola adottata dalla predetta commissione è

$$\frac{L}{3}\pi\left(2\frac{D^2}{4}+\frac{d^2}{4}\right)=\frac{L\pi}{12}(2D^2+d^2)=0,26179939\,L(2D^2+d^2).$$

Sia $D=7$ palmi, $d=6$ palmi, $L=7,5$, si avrà

Volume della botte ossia la sua capacità espressa da 7,5 . 0,26179939 (98 + 36) = 7,5 . 0,26179939 . 134 = palmi cubici 263,1083869. E poichè un barile è pal. cubici 2,35619, la botte delle dimensioni precedenti conterrà barili

$\frac{2631083869}{23561900}$ = barili 111,6: E poichè ogni barile è eguale a 60 caraffe; $\frac{6}{10}$ di barile farmano 36 caraffe: Epperò la botte degli elementi quassù notati contiene 111 barili e 36 caraffe.

Nelle botti lunghe da trasporto, dette *bonze* nel milanese, e con certa approssimazione anche ne' nostri barili, la cui sezione non è circolare ma rassomiglia piuttosto ad una ellisse, le due sezioni in botte e in testa debbono essere rimpiazzate da due ellissi: Sicchè, chiamando A, B i due simiassi della sezione in botte, ed a, b quelli della sezione in testa, si avrà la formola $\frac{L}{3}(2\pi AB+\pi ab)=\frac{\pi L}{3}(2AB+ab)$; di cui si può fare una facile applicazione, dopo di essersi misurati A, B, a, b.

Si domanda costruire una fossa a grano che comprenda 5000 tommoli.

Si prendano arbitrariamente il massimo e 'l minimo raggio R, R' (n.° 105 e 106) della botte; e si determini il numero $N=1,047196\,(R^2+R'^2+RR')$. E poichè 3000 tomola = 3000 . 3 palmi cubici, ossia 9000; si darà perciò alla fossa una profon-

dità indicata dal numero di palmi $\frac{9000}{N}$ (poichè $NA=9000$).

Queste poche nozioni bastano per le pratiche comuni. La misura delle volte e di altri volumi storti o complicati ha bisogno di una certa instruzione matematica; e sarebbe inopportunamente situata in un catechismo, come questo libretto, scritto ad uso di quelli che conoscono la sola aritmetica, e le principali definizioni geometriche. Saranno queste cose più difficili riserbate agli architetti.

FINE.

CONSIGLIO GENERALE DI PUBBLICA ISTRUZIONE

Napoli 2 giugno 1851

Vista la dimanda del Tipografo Raffaele Marotta con che ha chiesto ristampare l'opera intitolata — Istituzione elementarissima di Aritmetica Pratica del sig. Ferdinando de Luca.

Visto il parere del Regio Revisore sig. D. Pietro Calandrelli: Si permette che la suddetta opera si ristampi; però non si pubblichi senza un secondo permesso, che non si darà se prima lo stesso Regio Revisore non avrà attestato di aver riconosciuto nel confronto esser l'impressione uniforme all'originale approvato.

Il Presidente int. *Francesco Saverio Apuzzo*
Il Segretario int. *Giuseppe Pietrocola*

CORREZIONI ED AGGIUNZIONI

Alla pag. 24 riga 8 nella parentesi leggi e 938 millesimi.
Alla pag. 32 riga 9 invece di 28,27433 leggi 28,27431.
Alla pag. 71 prima del n.° 42 aggiungi.

Del baratto. Dicesi *baratto* il cambio di due merci di differente specie; nella quale regola le quantità rispettive delle predette merci e regolata dal prezzo loro, come nel seguente esempio.

Il vino costa ducati 15 la botte, e l'olio ducati 1,95 lo stajo. Si domanda quante cantaja d'olio debbono barattarsi con 50 botti e 5 barili di vino.

Si potrebbe sulle prime determinar il prezzo del cantajo d'olio, moltiplicando 1,95 per $\frac{300}{21}$ (pag. 36): Ma è più semplice il determinare il numero delle staja da darsi in baratto, e poi ridurre questo numero a cantaja moltiplicandolo per $\frac{31}{300}$. Ecco tutta l'operazione.

1.° 30 botti e 5 barili $= 30 + \frac{5}{12} = \frac{365}{12}$ di barile;

$\frac{365}{12} \cdot 15 = 365 \cdot \frac{5}{4} = \frac{1825}{4} = 456{,}25$ ducati.

2.° $1{,}95 : 456{,}25 = 1$ stajo $: x = \frac{456{,}25}{1{,}95} = \frac{45625}{195}$ staja $=$

$\frac{45625}{195} \cdot \frac{31}{300}$ di cantaja $= \frac{9125}{39} \cdot \frac{31}{300} = \frac{1825}{60} \cdot \frac{31}{39} =$

$\frac{365}{12} \cdot \frac{31}{39} = \frac{11315}{468} =$ cant. 24,18 cioè 24 cantaja e 18 rot. circa.

Alla pag. 97 riga 15 dopo (*a*) aggiungi « la quale si sottrarrà dalla superficie del muro ».

Alla pag. 123 riga 12 invece di punto importante leggi parte importante.

Alla pag. 149 ponete il n.° 79 al principio.

Alla pag. 150 riga 3 ponete il n.° 80.

Alla pag. 152 riga 6 ponete il n.° 81. In questo num. tutte le b debbono essere b^2.

INDICE

PARTE PRIMA.

PARTE SECONDA.

PARTE TERZA.

FINE.

2
A
E
C
I
II
III
IV
M
L
B
P